Ελληνική Δημοκρατία
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό
Ίδρυμα Ηπείρου

Αρδεύσεις (Εργαστήριο)

Ενότητα 5 : Υδροδυναμική

Δρ. Μενέλαος Θεοχάρης

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

3.1. ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

3.1.1 Εισαγωγή

Στην Υδροστατική εξετάσαμε τα ρευστά σε ισορροπία, όπου η μόνη σημαντική ιδιότητα ήταν το βάρος. Σ’ αυτό το κεφάλαιο θα περιγράψουμε και άλλες έννοιες που θα μας χρειαστούν για τη μελέτη των ρευστών σε κίνηση.

Η ροή των ρευστών είναι πολύπλοκη και δεν υπόκειται πάντα σε ακριβή μαθηματική ανάλυση.

Αντίθετα με τα στερεά, τα σωματίδια ενός ρέοντος ρευστού μπορούν να κινηθούν με διαφορετικές ταχύτητες και διαφορετικές επιταχύνσεις. Τρεις σημαντικές αρχές στη ροή των ρευστών είναι οι εξής :

α. Η αρχή της διατήρησης της μάζας από την οποία προκύπτει η εξίσωση της συνέχειας.

β. Η αρχή της κινητικής ενέργειας, από την οποία προκύπτουν ορισμένες εξισώσεις ροής.

γ. Η αρχή της ορμής, πάνω στην οποία θεμελιώνονται οι εξισώσεις με τις οποίες υπολογίζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται από τα κινούμενα ρευστά.

3.1.2 Η ροή των ρευστών

Η ροή των ρευστών μπορεί να είναι μόνιμη ή μη μόνιμη, ομοιόμορφη ή ανομοιόμορφη, στρωτή ή τυρβώδης, μονοδιάστατη, δισδιάστατη ή τρισδιάστατη και στροβιλή ή αστρόβιλη.

Πραγματική μονοδιάστατη ροή ενός ασυμπίεστου ρευστού πραγματοποιείται όταν η διεύθυνση και το μέτρο της ταχύτητας είναι τα ίδια σε όλα τα σημεία.

Όμως μονοδιάστατη ανάλυση της ροής είναι αποδεκτή, όταν ως κύρια κατεύθυνση αυτής λαμβάνεται η κατά μήκος της κεντρικής γραμμής ροής και όταν οι ταχύτητες και επιταχύνσεις, που είναι κάθετες στη γραμμή ροής είναι αμελητέες.

Σε τέτοιες περιπτώσεις οι μέσες τιμές της ταχύτητας, της πίεσης και του υψομέτρου θέσης θεωρούνται ότι αντιπροσωπεύουν τη ροή στο σύνολό της και δευτερεύουσες μεταβολές αμελούνται.

Για παράδειγμα η ροή σε καμπύλους σωλήνες αναλύεται με τη βοήθεια των αρχών της μονοδιάστατης ανάλυσης, παρά το γεγονός ότι η κατασκευή έχει τρεις διαστάσεις και η ταχύτητα ποικίλει κατά πλάτος μιας τυχούσας διατομής κάθετης προς τη ροή.

Δισδιάστατη ροή πραγματοποιείται όταν τα ρευστά σωματίδια κινούνται σε επίπεδο ή σε παράλληλα επίπεδα και το διάγραμμα των γραμμών ροής είναι το ίδιο σε κάθε επίπεδο.

Σε ροή ιδεατού ρευστού όπου δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις και συνεπώς δεν υπάρχουν και ροπές δεν μπορεί να υπάρξει και περιστροφική κίνηση των σωματιδίων του ρευστού γύρω από το κέντρο μάζας του. Μία τέτοια ιδεατή ροή, που μπορεί να παρασταθεί με ένα δίκτυο ροής, ονομάζεται αστρόβιλη ροή.

3.1.2.1 Μόνιμη ροη

Μόνιμη ροή πραγματοποιείται όταν, σε κάθε σημείο, η ταχύτητα διαδοχικών σωματιδίων του ρευστού σε διαδοχικούς χρόνους είναι ίδια.

Έτσι, η ταχύτητα είναι σταθερή σε σχέση με το χρόνο ε σημείο σε σχέση με το χρόνο ή $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$, αλλά μπορεί να μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο ή σε σχέση με την απόσταση.

Από αυτό συμπεραίνουμε ότι και άλλες μεταβλητές της ροής θα είναι ανεξάρτητες του χρόνου, όπως η πυκνότητα, η πίεση, η παροχή, η θερμοκρασία κ.λπ. δηλαδή θα ισχύει $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial Q}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ κ.λπ.. Τα περισσότερα προβλήματα ροής στην πράξη, εμφανίζονται σε συνθήκες μόνιμης ροής.

Για παράδειγμα, η ροή σε σωλήνες μεταφοράς υγρών με σταθερό ενεργειακό ύψος και η εκροή από οπές με σταθερά ενεργειακά ύψη είναι παραδείγματα μόνιμης ροής. Αυτές οι ροές μπορεί να είναι ομοιόμορφες ή ανομοιόμορφες.

Η πολυπλοκότητα της μη μόνιμης ροής, ξεφεύγει από το σκοπό ενός βιβλίου εισαγωγικού στη ρευστομηχανική. Η ροή είναι μη μόνιμη, όταν οι συνθήκες ροής σε ένα σημείο μεταβάλλονται σε συνάρτηση με το χρόνο, δηλαδή είναι όταν $\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0$.

3.1.2.2 Ομοιόμορφη ροη

Ομοιόμορφη ροή πραγματοποιείται όταν το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας δεν μεταβάλλονται από σημείο σε σημείο μέσα στο ρευστό δηλ. όταν $\frac{\partial V}{\partial s} = 0$.

Από αυτό συμπεραίνεται ότι κι άλλες μεταβλητές της ροής δε μεταβάλλονται με την απόσταση, όπως $\frac{\partial y}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial \rho}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial Q}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial s} = 0$ $\frac{\partial V}{\partial s} = 0$ κ.λπ..

Η ροή υγρών με πίεση μέσα από μακριούς σωλήνες με σταθερή διάμετρο είναι ομοιόμορφη ροή, ανεξάρτητα από το αν η ροή αυτή είναι μόνιμη ή μη μόνιμη.

Ανομοιόμορφη ροή πραγματοποιείται όταν η ταχύτητα, το βάθος, η πίεση κ.λπ. μεταβάλλονται από σημείο σε σημείο μέσα στη ροή του ρευστού, ή $\frac{\partial V}{\partial s} \neq 0$.

3.1.3 Οι γραμμές ροής

Οι γραμμές ροής, ή ροϊκές γραμμές, είναι ιδεατές καμπύλες σχεδιασμένες μέσα στο ρευστό, που δείχνουν την κατεύθυνση της κίνησης στα διάφορα τμήματα ροής του ρευστού.

Η εφαπτομένη σε ένα σημείο της καμπύλης παριστάνει τη στιγμιαία διεύθυνση της ταχύτητας των σωματιδίων του ρευστού σε αυτό το σημείο. Η μέση διεύθυνση της ταχύτητας μπορεί με τον ίδιο τρόπο να παρασταθεί με εφαπτόμενες στις γραμμές ροής.

Αφού η συνιστώσα του διανύσματος της ταχύτητας η κάθετη προς τη γραμμή ροής είναι μηδέν, είναι προφανές ότι δεν μπορεί να υπάρξει ροή εγκάρσια προς τις γραμμές ροής.

3.1.4 Οι σωλήνες ροής

Σωλήνας ροής, ή ροϊκός σωλήνας ονομάζεται ένα στοιχειώδες τμήμα του ρέοντος ρευστού που περιέχεται μέσα σ' ένα σύνολο γραμμών ροής που περικλείει τη ροή. Αν η διατομή του ροϊκού σωλήνα είναι αρκετά μικρή, τότε τον ονομάζουμε ροϊκό νήμα και η ταχύτητα του κεντρικού σημείου κάθε διατομής θεωρείται σαν μέση ταχύτητα της διατομής στο σύνολό της.

3.1.5 Τα δίκτυα ροής

Τα δίκτυα ροής σχεδιάζονται για να καθορίσουν το διάγραμμα ροής σε περιπτώσεις δισδιάστατης ροής ή ακόμη και σε περιπτώσεις τρισδιάστατης ροής. Το δίκτυο ροής αποτελείται από :

α. Ένα σύστημα γραμμών ροής, επιλεγμένων έτσι ώστε η παροχή να είναι η ίδια μεταξύ κάθε διαδοχικού ζεύγους γραμμών και

β. Ένα άλλο σύστημα γραμμών κάθετων στις γραμμές ροής επιλεγμένο έτσι ώστε η απόσταση μεταξύ των καθέτων γραμμών να ισούται με την απόσταση μεταξύ των γειτονικών γραμμών ροής. Ένας άπειρος αριθμός γραμμών ροής απαιτείται για την πλήρη περιγραφή της ροής για δεδομένες οριακές συνθήκες.

Ωστόσο, στην πράξη χρησιμοποιούμε ένα μικρό αριθμό τέτοιων γραμμών ροής εφόσον βέβαια εξασφαλίζουμε αποδεκτή ακρίβεια.

3.2. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Η εξίσωση συνέχειας προκύπτει από την αρχή διατήρησης της μάζας. Για μόνιμη ροή, η μάζα που περνάει απ' όλες τις διατομές ενός ρεύματος ρευστού στη μονάδα του χρόνου είναι η ίδια για όλες τις διατομές.

Αυτή είναι :

$$\rho_1 E_1 V_1 = \rho_2 E_2 V_2 = \text{σταθερή} \quad \text{ή} \quad \rho_1 g E_1 V_1 = \rho_2 g E_2 V_2 \text{ (σε μονάδες βάρους)}$$

Για ασυμπίεστα ρευστά όπου $\rho_1 = \rho_2$ για κάθε πρακτικό σκοπό, η εξίσωση γίνεται:

$$Q = E_1 V_1 = E_2 V_2 = \text{ σταθερή (σε } m^3/s\text{)}$$

όπου E_1 και V_1, είναι η διατομή σε m^2 και η μέση ταχύτητα ροής σε m/s στη διατομή 1, και E_2 και V_2, είναι η διατομή σε m^2 και η μέση ταχύτητα ροής σε m/s στη διατομή 2. Οι μονάδες παροχής που χρησιμοποιούνται συνηθέστερα είναι τα m^3/s και τα l/s.

3.3. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Η εξίσωση ενέργειας προκύπτει από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης ενέργειας σε ροή ρευστού. Η ενέργεια που υπάρχει σε ένα ρέον ρευστό απαρτίζεται από την εσωτερική ενέργεια και τις ενέργειες που οφείλονται στην πίεση, στην ταχύτητα και στη θέση.

$$H_{ολ.} = H_{δυν.} + H_{πιεσ.} + H_{κιν.} = mgz + \forall p + \frac{mV^2}{2} = mgz + \frac{m}{\rho} p + \frac{mV^2}{2}$$

Αν τα δύο μέλη στην παραπάνω εξίσωση διαιρεθούν με mg προκύπτει η ολική ενέργεια ανά μονάδα βάρους ρέοντος ρευστού από τη σχέση:

$$h = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

Στη διεύθυνση της ροής η αρχή διατήρησης της ενέργειας συνοψίζεται σε μία γενική εξίσωση ως εξής:

(ενέργεια στη διατομή 1) + (ενέργεια που προστίθεται) - (ενέργεια που χάνεται) - (ενέργεια που αφαιρείται) = (ενέργεια στη διατομή 2)

Αυτή η εξίσωση, για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού, όπου η μεταβολή εσωτερικής ενέργειας είναι αμελητέα, παίρνει τη συγκεκριμένη μορφή :

$$\left(\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \right) + H_A - H_L - H_E = \left(\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \right)$$

Αυτή είναι η εξίσωση του Bernoulli, ή λέμε ότι εκφράζει το θεώρημα του Bernoulli. Πρακτικά, σε όλα τα προβλήματα που σχετίζονται με τη ροή υγρών χρησιμοποιείται η εξίσωση αυτή σαν βάση.

3.3.1 Το ύψος κινητικής ενέργειας

Το ύψος κινητικής ενέργειας, ή ύψος ταχύτητας, παριστάνει την κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους που υπάρχει σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Αν η ταχύτητα σε μια διατομή ήταν ομοιόμορφη, τότε το ύψος ταχύτητας υπολογισμένο με αυτή την ομοιόμορφη ή μέση ταχύτητα θα ήταν η πραγματική κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους του ρευστού.

Αλλά γενικά η κατανομή της ταχύτητας είναι ανομοιόμορφη.

Η πραγματική κινητική ενέργεια βρίσκεται με ολοκλήρωση του διαφορικού της κινητικής ενέργειας από γραμμή ροής σε γραμμή ροής.

Για την απλούστευση των υπολογισμών, στην εξίσωση ενέργειας και συγκεκριμένα στον παράγοντα της κινητικής ενέργειας, εφαρμόζεται συντελεστής, α, ο οποίος ονομάζεται συνορθώσεως της κινητικής ενέργειας και επομένως η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση :

$$h_{\kappa\iota\nu.} = \frac{\alpha V_{\mu\varepsilon\sigma\eta}^2}{2g}$$

Μελέτες έχουν δείξει ότι για ομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας είναι α = 0, για τυρβώδη ροή είναι α = 1,02 έως 1,15 και για στρωτή ροή είναι α = 2,00.

Στους περισσότερους υπολογισμούς στη μηχανική των ρευστών ο συντελεστής συνορθώσεως της κινητικής ενέργειας α λαμβάνεται ίσος με 1,0 χωρίς αυτό να προκαλεί σοβαρό λάθος στο αποτέλεσμα, εφόσον το ύψος κινητικής ενέργειας είναι γενικά ένα μικρό ποσοστό του ολικού ύψους ενέργειας.

3.3.2 Εφαρμογή της εξίσωσης ενέργειας

Η εφαρμογή της εξίσωσης ενέργειας, για την επίλυση των διαφόρων προβλημάτων ροής, θα πρέπει να είναι ορθολογική και συστηματική.

Η διαδικασία, που είναι σκόπιμο να ακολουθείται είναι η εξής:

1. Σχεδιάζεται το σύστημα με εκλογή και ονομασία όλων 5των εξεταζομένων διατομών της ροής.
2. Εφαρμόζεται η εξίσωση ενέργειας κατά τη διεύθυνση της ροής. Εκλέγεται ένα επίπεδο αναφοράς για κάθε εξίσωση που γράφεται. Είναι σκόπιμο το επίπεδο αναφοράς να είναι αρκετά χαμηλό για να μην προκύπτουν αρνητικά πρόσημα και έτσι να αποφεύγονται τα λάθη.
3. Υπολογίζεται η ενέργεια στη διατομή 1. Η ενέργεια εκφράζεται σε μέτρα ρευστού, ή σε j/N. (ενέργεια ανά μονάδα βάρους ρέοντος ρευστού). Όπως και στην εξίσωση συνέχειας, το V θεωρείται ότι είναι η μέση ταχύτητα της διατομής με αποδεκτή ακρίβεια.
4. Προστίθεται (σε μέτρα ρευστού) κάθε ενέργεια που προσφέρεται από μηχανές.
5. Αφαιρείται (σε μέτρα ρευστού) κάθε απώλεια ενέργειας της ροής.
6. Αφαιρούμε (σε μέτρα ρευστού) κάθε ενέργεια, που απορροφάται από μηχανές (όπως οι υδροστρόβιλοι).

7. Εξισώνεται αυτό το άθροισμα των ενεργειών με το άθροισμα του ύψους πίεσης, του ύψους κινητικής ενέργειας και του υψόμετρου θέσης στη διατομή 2.
8. Αν τα δύο ύψη κινητικής ενέργειας είναι άγνωστα, τα συσχετίζονται μεταξύ τους με τη βοήθεια της εξίσωσης συνέχειας.

3.3.3 Η γραμμή ενέργειας

Η γραμμή ενέργειας είναι μια γραφική απεικόνιση της ενέργειας σε κάθε διατομή κατά μήκος της ροής. Σε σχέση με ένα δεδομένο επίπεδο αναφοράς, η συνολική ενέργεια (σαν μήκος σε μέτρα ρευστού), μπορεί να σχεδιαστεί σε κάθε αντιπροσωπευτική διατομή και η γραμμή που προκύπτει με αυτό τον τρόπο είναι πολύ χρήσιμη σε πολλά προβλήματα ροής.

Η γραμμή ενέργειας θα κλίνει (πέφτει) στην κατεύθυνση της ροής με εξαίρεση τα σημεία όπου προσθέτεται ενέργεια από μηχανές.

3.3.4 Η πιεζομετρική γραμμή

Η πιεζομετρική γραμμή βρίσκεται κάτω από τη γραμμή ενέργειας κατά μια ποσότητα ίση με το ύψος της κινητικής ενέργειας στη διατομή. Οι δύο γραμμές είναι παράλληλες για όλες τις διατομές ίσου εμβαδού. Η τεταγμένη μεταξύ του άξονα της ροής και της πιεζομετρικής γραμμής είναι το ύψος πίεσης στη διατομή.

3.3.5 Η εξίσωση ποσότητας κινήσεως

Η μαθηματική διατύπωση του νόμου της διατηρήσεως της ποσότητα κινήσεως, που βασίζεται στο δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, είναι γνωστή στη μηχανική των ρευστών σαν **"εξίσωση της ποσότητας κινήσεως"**.

Η εξίσωση αυτή, μαζί με τις εξισώσεις συνέχειας και ενέργειας, χρησιμοποιείται για την επίλυση των προβλημάτων της Εφαρμοσμένης Υδραυλικής που δεν ήταν δυνατό να επιλυθούν μόνον με τις εξισώσεις συνεχείας και ενεργείας.

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα μπορεί να διατυπωθεί γενικότερα ως εξής :

$$\Sigma\overline{F} = \frac{d\overline{M}}{dt}$$

δηλαδή, το διανυσματικό άθροισμα ΣF, όλων των εξωτερικών δυνάμεων που ενεργούν σε μια μάζα ρευστού ισούται με την τιμή της χρονικής μεταβολής του διανύσματος της γραμμικής ποσότητας κινήσεως, M, της μάζας του ρευστού.

Οι εξωτερικές δυνάμεις αποτελούνται από τους παρακάτω δύο τύπους :

(α) Από τις επιφανειακές δυνάμεις, που περιλαμβάνουν:

i) Τις κάθετες προς τα όρια της επιφάνειας δυνάμεις πιέσεως και

ii) Τις παράλληλες προς τα όρια της επιφάνειας δυνάμεις τριβής, F_τ, λόγω της συνεκτικότητας.

(β) Από τις σωματικές ή δυνάμεις δυναμικού, F_g, όπως είναι οι δυνάμεις βαρύτητας, ηλεκτρομαγνητικού πεδίου κ.λπ.

Το διάνυσμα της ποσότητας κινήσεως, M, ισούται με τη μάζα του ρευστού επί το διάνυσμα της ταχύτητας δηλαδή M = m.V

Επομένως $\Sigma\overline{F} = \dfrac{d\overline{M}}{dt} = \dfrac{d(mV)}{dt} = \rho Q dV$

Στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, για σταθερή ασυμπίεστη ροή παραπάνω εξίσωση παίρνει την αναλυτική μορφή :

$$\Sigma F_x = F_{px} + F_{\tau x} + F_{gx} = \beta\,\rho\,Q\,(V_{x2} - V_{x1})$$

$$\Sigma F_y = F_{py} + F_{\tau y} + F_{gy} = \beta\,\rho\,Q\,(V_{y2} - V_{y1})$$

$$\Sigma F_z = F_{px} + F_{\tau z} + F_{gz} = \beta\,\rho\,Q\,(V_{z2} - V_{z1})$$

Για μονοδιάστατη ροή είναι:

$$\Sigma F = F_p + F_\tau + F_g = \beta\,\rho\,Q\,(V_2 - V_1)$$

Ο συντελεστής β ονομάζεται **συντελεστής συνορθώσεως της ποσότητας κινήσεως** ο οποίος οφείλεται στην ανομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας και ο οποίος είναι πάντοτε μεγαλύτερος από τη μονάδα.

Για στρωτή ροή είναι β = 1,33, ενώ για τυρβώδη ροή είναι β = 1,03.Στην πράξη παίρνεται β = 1.

3.3.6 Χρησιμοποίηση των εξισώσεων ποσότητας κινήσεως

Γενικά, οι εξισώσεις της ποσότητας κινήσεως χρησιμοποιούνται για την επίλυση των παρακάτω δύο τύπων προβλημάτων:

1. Για τον προσδιορισμό των συνισταμένων δυνάμεων που εξασκούνται τα όρια ενός αγωγού από τη ροή ενός ρευστού, εξαιτίας της μεταβολής της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση ή και κατά την ένταση.

Τέτοια προβλήματα συναντώνται στις γωνίες σωληνωτών αγωγών, στους συνδέσμους βαθμιαίας μεταβολής της διαμέτρου σωληνωτού αγωγού, στις προσκρούσεις του νερού σε στερεά αντικείμενα όπως είναι οι πλάκες, τα πτερύγια κ.λπ..

2. Για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών των ανομοιόμορφων ροών όταν λαμβάνουν χώρα απότομες μεταβολές των διατομών ροής. Τέτοια προβλήματα συναντώνται στις απότομες διαπλατύνσεις των κλειστών και ανοικτών αγωγών, στα υδραυλικά άλματα των ανοικτών αγωγών κ.λπ..

Στις περιπτώσεις αυτές που παρατηρείται απώλεια σημαντικού ποσού ενέργειας χρησιμοποιείται πρώτα η εξίσωση της ποσότητας κινήσεως για τον καθορισμό των χαρακτηριστικών της ροής και έπειτα χρησιμοποιείται η εξίσωση ενεργείας για τον υπολογισμό του ποσού της απώλειας της ενέργειας κατά τη διαδικασία της ροής.

3.4. Η ΙΣΧΥΣ ΤΗΣ ΑΝΤΛΙΑΣ

Η ισχύς υπολογίζεται με πολλαπλασιασμό του αριθμού των N του ρευστού ανά s (ρ.g.Q), επί την ενέργεια H σε j/N.

Η εξίσωση της ισχύος γράφεται:

$$P = \rho\, g\, Q\, H \qquad [\frac{N}{m^3}\frac{m^3}{s}\frac{j}{N} = \frac{j}{s} = w]$$

3.5. ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Άσκηση 1η

Όταν 1800 lit ανά λεπτό ρέουν σε ένα σωλήνα διαμέτρου 0,30 m, ο οποίος κατάντη στενεύει σε σωλήνα 0,15 m, να υπολογιστούν οι μέσες ταχύτητες στους δύο σωλήνες.

Λύση.

Είναι : $Q\ (m^3/s) = \dfrac{1800}{60}\ \text{lit/s} = 30.10^{-3}\ m^3/s$

Άρα:

$$V_{30} = \frac{30.10^{-3}}{\frac{1}{4}.\pi.0{,}30^2} = 0{,}42\ \text{m/s} \quad \text{και} \quad V_{15} = \frac{30.10^{-3}}{\frac{1}{4}.\pi.0{,}15^2} = 1{,}68\ \text{m/s}$$

Άσκηση 2η

Λάδι σχετικής πυκνότητας 0,750 ρέει σε ένα σωλήνα διαμέτρου 150 mm με πίεση 1,05 bar.

Αν η συνολική ενέργεια σε σχέση με ένα δεδομένο επίπεδο αναφοράς 2,50 m κάτω από το κέντρο του σωλήνα είναι 18 m, βρείτε την παροχή του λαδιού σε m^3/s.

Λύση.

Η ενέργεια ανά N λαδιού είναι :

H = (δυναμική ενέργεια) + (ενέργεια πίεσης) + (ύψος κινητικής ενέργειας)

Άρα :

$$18\ m = 2{,}50\ m + \frac{1{,}05.10^5\ Pa}{0{,}75.\ 9810\ \ N/m^3} + \frac{V^2}{2\cdot 9{,}81\, m/s^2} \Rightarrow$$

$$V^2 = \left(2{,}50\ m + \frac{1{,}05.10^5\ N/m^2}{0{,}75.\ 9810\ \ N/m^3} - 18\ m \right).2\cdot 9{,}81\, m/s^2 = 25{,}00\ m^2/s^2 \Rightarrow$$

$$V = 5{,}00\ m/s$$

Οπότε

$$Q = E.V = \frac{\pi \, .\, 0,15^2 \ m^2}{4} .5 \text{ m/s} = 0.088 \ m^3/s$$

Άσκηση 3η

Η ισχύς ενός στροβίλου εκτιμάται σε 450 KW όταν η παροχή νερού είναι 0,60 m^3/s. Υποθέτοντας απόδοση n = 87 %, ποίο είναι το ύψος της ενέργειας που εφαρμόζεται στο στρόβιλο :

Λύση.

Αν ανάντη του στροβίλου επιβάλλεται ισχύς Ραν. , η αποδιδόμενη από το στρόβιλο ισχύς θα είναι $P_{στρ.} = P_{αν.} . n = ρ . g . H . n$ σε W (Watts)

Άρα : $450.103 \text{ J/s} = (1000. \ 9,81) \text{ N/m}^3 . \ 0,60 \text{ m}^3\text{/s}. H. \ 0,87 \Rightarrow H = 88 \text{ J/N} = 88 \text{ m}$

Άσκηση 4η

Ένας σωλήνας, που μεταφέρει πετρέλαιο σχετικής πυκνότητας 0,877, αλλάζει σε μέγεθος από 150 mm στη διατομή E σε 450 mm στη διατομή R. Η διατομή E είναι 4 m χαμηλότερα από την R και οι πιέσεις είναι 0,9 bar και 0,6 bar αντίστοιχα. Αν η παροχή είναι 0,15 m^3 / sec, να υπολογιστεί η απώλεια ενέργειας κατά την κατεύθυνση της ροής.

Λύση.

Από την εφαρμογή της εξίσωσης συνέχειας στις διατομές E και R και προκύπτει :

$$V_E = \frac{0,15}{\frac{0,15^2 .3,14}{4}} = 8,50 \quad \text{m/s} \qquad \text{και} \qquad V_R = \frac{0,15}{\frac{0,45^2 .3,14}{4}} = 0,94 \quad \text{m/s}$$

Από την εφαρμογή της εξίσωσης ενέργειας μεταξύ των διατομών E και R και προκύπτει :

$$H_E - H_R = \Delta H_{E-R} \Rightarrow$$

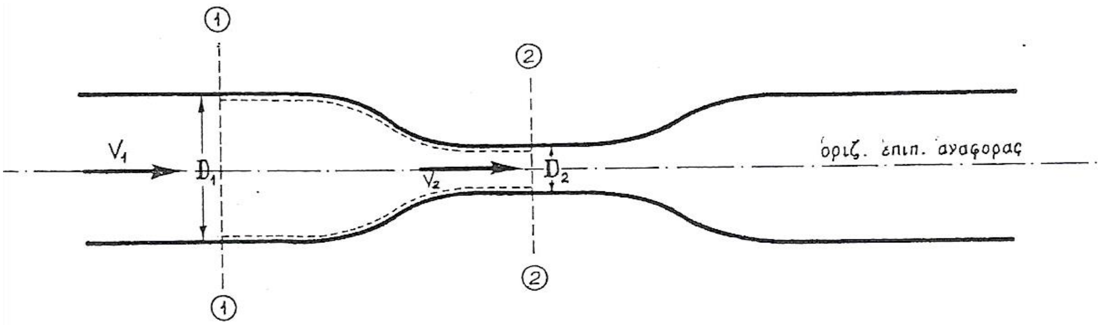
$$h_E + \frac{p_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2.g} - (h_R + \frac{p_R}{\gamma} + \frac{V_R^2}{2g}) = 0 + \frac{8,50^2}{2.9,81} + \frac{0,90.10^5}{0,877 \, .9810} - 4 - \frac{0,94^2}{2.9,81} - \frac{0,60 \, .10^5}{0,877 \, .9810} \Rightarrow$$

$$\Delta H_{E\text{-}R} = 14,10 \quad \text{J/N} - 11,00 \quad \text{J/N} = 3,10 \quad m$$

Άσκηση 5η

Ροή ασυμπίεστου ρευστού πυκνότητας ρ, πραγματοποιείται δια μέσου του μετρητή Venturi που φαίνεται στο σχήμα, και έχει διαμέτρους D_1 = 300 mm και D_2 = 150 mm στις διατομές 1 και 2 αντίστοιχα.

Υποθέτοντας ομοιόμορφη ροή στις διατομές 1 και 2 και αμελώντας τις απώλειες ενέργειας μεταξύ των διατομών 1 και 2, να βρεθεί η διαφορά πίεσης $p_1 - p_2$, όταν η παροχή είναι 500 lit/s. Αριθμητική εφαρμογή για την περίπτωση ροής νερού.



Από την εξίσωση συνέχειας μεταξύ των διατομών 1 και 2 και προκύπτει:

$$Q = Q_1 = Q_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} V_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} V_2 = Q \Rightarrow V_1 = \frac{4Q}{\pi D_1^2} \text{ και } V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2}$$

Για να υπολογιστεί, στη συνέχεια η διαφορά πιέσεων μεταξύ των διατομών 1 και 2, εφαρμόζεται η εξίσωση ενεργείας με οριζόντιο επίπεδο αναφοράς το επίπεδο που περνάει από τον άξονα του μετρητή Venturi, αμελώντας τις απώλειες ενέργειας μεταξύ των διατομών 1 και 2.

Επομένως : $h_1 = h_2 \Rightarrow z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2.g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$

και επειδή $z_1 = z_2$ είναι και $\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2.g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$ οπότε :

$$p_1 - p_2 = \frac{\gamma}{2g}(V_2^2 - V_1^2) = \rho \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}$$

Τελικά με αντικατάσταση των ταχυτήτων από την εξίσωση συνεχείας προκύπτει:

$$p_1 - p_2 = \frac{8.\rho.Q^2}{\pi^2} . \left(\frac{1}{D_2^4} - \frac{1}{D_1^4}\right)$$

Αριθμητική εφαρμογή :

$$p_1 - p_2 = \frac{8.1000.0{,}5\ 0^2}{3{,}14^2}.(\frac{1}{0{,}15^4} - \frac{1}{0{,}300^4}) = 425730\ \text{N/m}^2 = 0{,}4257\ \text{MPa} \Rightarrow$$

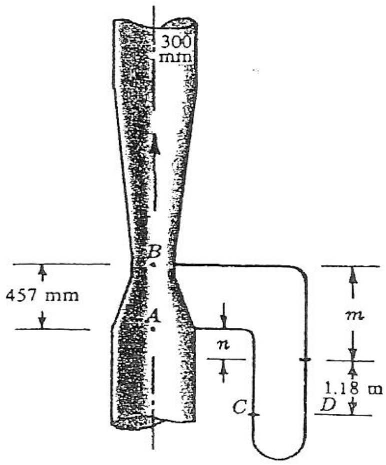
$$p_1 - p_2 = 4{,}257\ \text{atm} = 42\ \text{m}\ H_2O$$

Άσκηση 6η

Νερό ρέει με φορά προς τα πάνω σε έναν κατακόρυφο μετρητή Venturi 300 mm x 150 mm.

Το διαφορικό μανόμετρο έχει απόκλιση 1,18 m υγρού σχετικής πυκνότητας 1,25 όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ζητείται η παροχή σε m^3/s



Λύση:

Από την εξίσωση ενεργείας με οριζόντιο επίπεδο αναφοράς το επίπεδο που περνάει από το σημείο A του μετρητή Venturi, αμελώντας τις απώλειες ενέργειας μεταξύ των διατομών A και B προκύπτει:

$$H_A = H_B \Rightarrow z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2.g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

και επειδή $z_A = 0$ και $z_B = 0{,}457$ m $\Rightarrow$

$$\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2.g} = 0{,}457 + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2.\ (\frac{p_A}{\rho} - \frac{p_B}{\rho})}{1 - (\frac{E_B}{E_A})^2}}\ .$$

Από την εξίσωση συνέχειας μεταξύ των διατομών A και B και προκύπτει:

$$Q = Q_A = Q_B \Rightarrow V_A = \frac{V_B.E_B}{E_A} \Rightarrow V_A^2 = \frac{V_B^2.E_B^2}{E_A^2} \qquad (2)$$

Από την εξίσωση (1) λόγω της (2) προκύπτει:

$$V_B = \sqrt{\frac{2.\left(\frac{p_A}{\rho} - \frac{p_B}{\rho}\right) - 2.g.0,457}{1 - \left(\frac{E_B}{E_A}\right)^2}}$$

και επομένως: $$Q = E_B.\sqrt{\frac{2.\left(\frac{p_A}{\rho} - \frac{p_B}{\rho}\right) - 2.g.0,457}{1 - \left(\frac{E_B}{E_A}\right)^2}} \qquad (3)$$

Από την εξίσωση των μανομέτρων προκύπτει:

$$p_A + (n + 1,18).\gamma_{νερ.} - 1,18.\gamma_{υγρ.} - m.\gamma_{νερ.} = p_B \quad \Rightarrow$$

$$p_A - p_B = 1,18.\gamma_{υγρ.} + m.\gamma_{νερ.} - (n + 1,18).\gamma_{νερ.} \Rightarrow$$

$$p_A - p_B = 1,18.\gamma_{υγρ.} + (m - n - 1,18).\gamma_{νερ.} = 1,18.\gamma_{υγρ.} - 0,723\,.\gamma_{νερ.} \qquad (4)$$

οπότε τελικά :

$$Q = E_B.\sqrt{\frac{2.\left(\frac{1,18.\gamma_{υγρ.} - 0,723\,.\gamma_{νερ.}}{\rho_{νερ.}}\right) - 2.g.0,457}{1 - \left(\frac{E_B}{E_A}\right)^2}}$$

Για τα δεδομένα του προβλήματος :

$E_B = \frac{0,15^2.3,14}{4} = 0,0177\ m^2$ $E_A = \frac{0,30^2.3,14}{4} = 0,070\ m^2$ και $\gamma_{υγρ.} = 1,25.\gamma_{νερ.}$

$$Q = 0,0177\,.\sqrt{\frac{2.\left(\frac{1,18.1,25.\ \rho_{νερ.}g - 0,723.\ \rho_{νερ.}g}{\rho_{νερ.}}\right) - 2.g.0,457}{1 - \left(\frac{0,177}{0,070}\right)^2}}$$

$$Q = 0,0177\,.\sqrt{\frac{2.9,81\,.\,(1,18.1,25 - 0,723 - 0,457)}{1 - \left(\frac{0,0177}{0,070}\right)^2}} = 0,044\ m^3/s = 44\ lit/s$$

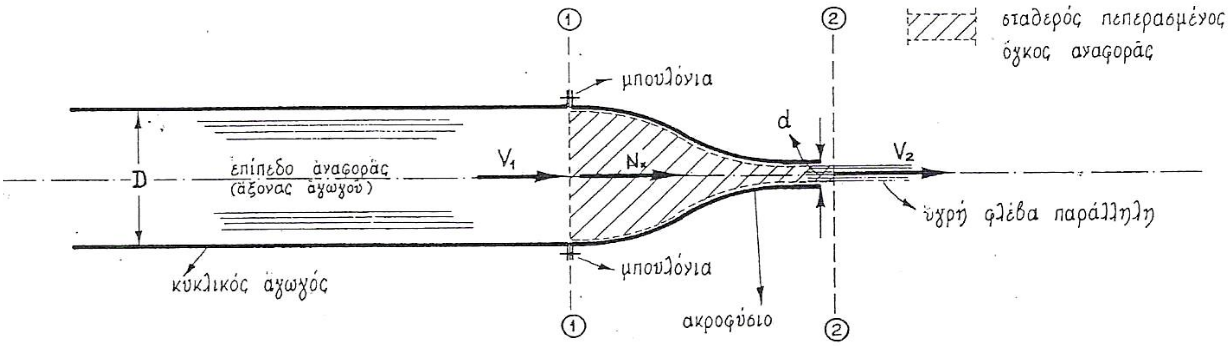
Άσκηση 7η

Οριζόντιος κυκλικός αγωγός διαμέτρου D = 150 mm, καταλήγει σε ακροφύσιο διαμέτρου d = 5 mm, όπως φαίνεται στο σχήμα δια μέσου του οποίου η υγρή φλέβα νερού εκρέει στην ατμόσφαιρα. Η πίεση στη διατομή 1 είναι 25 m.

Ζητούνται :

α. Η παροχή που εκρέει από τη φλέβα.

β. Ποία είναι η δύναμη που ασκείται στα μπουλόνια.



Λύση:

α. Εκλέγουμε το σταθερό πεπερασμένο όγκο αναφοράς που ορίζεται από τα στερεά όρια του ακροφυσίου και τις διατομές 1 και 2 κάθετες προς τις γραμμές ροής σε περιοχές ομοιόμορφης ροής, και εφαρμόζουμε τις εξισώσεις συνεχείας και ενεργείας στις διατομές αυτές.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση συνέχειας μεταξύ των διατομών 1 και 2 και βρίσκουμε:

$Q = Q_1 = Q_2 \Rightarrow$

$$V_1.\frac{\pi.D^2}{4} = V_2.\frac{\pi.d^2}{4} \Rightarrow V_1 = V_2.\frac{d^2}{D^2} \Rightarrow V_1 = \frac{4.Q}{\pi.D^2} \text{ και } V_2 = \frac{4.Q}{\pi.d^2} \quad (1)$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε την εξίσωση ενεργείας μεταξύ των διατομών 1 και 2 με οριζόντιο επίπεδο αναφοράς το επίπεδο που περνάει από τον άξονα του αγωγού, αμελώντας τις απώλειες ενέργειας μεταξύ των διατομών 1 και 2.

Έχομε επομένως : $h_1 = h_2 \Rightarrow z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2.g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$ και επειδή

$z_1 = z_2 = 0$ καθώς επίσης και $p_1 = p_{atm} = 0$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2.g} = \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow V_2^2 = V_1^2 + \frac{2\,p_1}{\rho} \qquad (2)$$

Λόγω της (1) η (2) γράφεται: $V_2^2 = \frac{16.Q^2}{\pi^2.D^4} + \frac{2p_1}{\rho}$

και επειδή $V_2^2 = \frac{16.Q^2}{\pi.d^2}$

προκύπτει η σχέση :

$\frac{16.Q^2}{\pi^2.D^4} + \frac{2p_1}{\rho} = \frac{16.Q^2}{\pi.d^2}$ η οποία αν επιλυθεί ως προς Q δίνει :

$$Q = \sqrt{\frac{\pi^2.p_1}{8.\rho.\rho\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4})}} = \sqrt{\frac{\pi^2.p_1.D^4}{8.\rho.\left[(\frac{D}{d})^4 - 1\right]}} = \pi \cdot D^2.\sqrt{\frac{p_1}{8.\rho.\left[(\frac{D}{d})^4 - 1\right]}} \ \ m^3/sec$$

$$= 3{,}14.\ 0{,}15^{\,2}.\sqrt{\frac{25}{8\,.1000\,.\left[(\frac{0.15}{0{,}025})^4 - 1\right]}} = 0{,}0001097 \ \ m^3/sec =$$

$$= 0{,}1097 \ \ lit\,/sec \ \ = 0{,}39 \ \ \ m^3/h$$

β. Για τον υπολογισμό της δύναμης, που ασκείται στα μπουλόνια, εφαρμόζουμε την εξίσωση ποσότητας κινήσεως για το σταθερό πεπερασμένο όγκο αναφοράς που ορίζεται από τα στερεά όρια του ακροφυσίου και τις διατομές 1 και 2, και επειδή η ροή είναι μονοδιάστατη έχουμε :

$$\Sigma F = F_p + F_\tau + F_g + N = \beta\,\rho\,Q\,(V_2 - V_1)$$

όπου ΣF είναι το διανυσματικό άθροισμα όλων των εξωτερικών δυνάμεων, που ενεργούν στην μάζα του ρευστού και

N είναι η ολική δύναμη, που ασκείται από το νερό στο ακροφύσιο.

Επομένως η αντίδραση, που ασκείται από το ακροφύσιο στο νερό, είναι - N.

Επειδή αμελούνται οι απώλειες ενέργειας είναι $F\tau = 0$ και επειδή ο αγωγός είναι οριζόντιος είναι $Fg = 0$

Επομένως $\Sigma F \equiv F_p - N = \beta.\rho.\ Q.\ (\ V_2 - V_1\ )$

Είναι : $F_p = p_1E_1 - p_2E_2 = p_1E_1$, γιατί $p_2 = p_{atm} = 0$

Επίσης είναι β =1

Άρα N = F_p - ρ. Q. (V_2 - V_1) και αφού $V_1 = \dfrac{4.Q}{\pi.D^2}$ και $V_2 = \dfrac{4.Q}{\pi.d^2}$

προκύπτει :

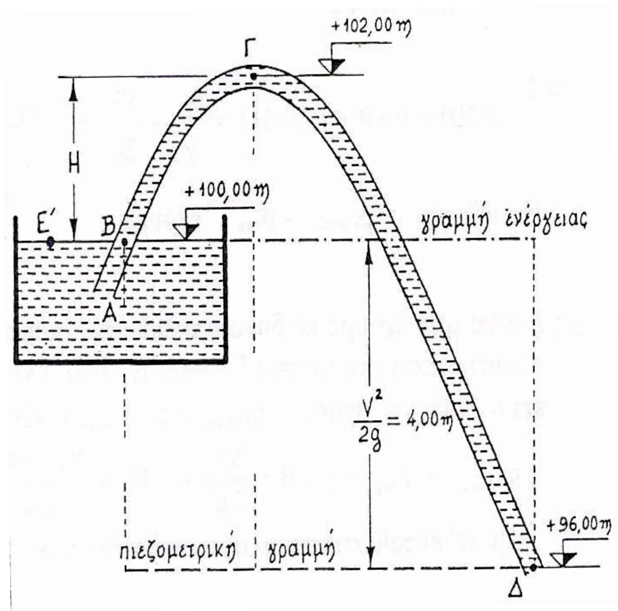
$$N = p_1 E_1 - \rho\,.\,Q.\,(\frac{4.Q}{\pi.d^2}\ -\ \frac{4.Q}{\pi.D^2})\ =\ \rho.g.h\,.\,E_1 - \frac{4.\rho.\rho^{\,2}}{\pi}.(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{D^2})\ =$$

$$=\ 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 25 \cdot \frac{3{,}14\,.\,0{,}15^2}{4} - \frac{4\,.1000\,.1{,}097^2.10^{-8}}{3{,}14}\ (\frac{1}{0{,}025^2}\ -\ \frac{1}{0{,}15^2})\ =$$

$$= 4331{,}72\ -\ 0{,}24 = 4331{,}48\ \ \text{N}$$

Άσκηση 8η

Δοχείο αδειάζει με τη βοήθεια του σίφωνα ΑΒΓΔ, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Όταν η στάθμη του νερού στο δοχείο είναι +100,00 m και τα υψόμετρα του σίφωνα στις θέσεις Β, Γ και Δ είναι αντίστοιχα +100,00 m, +102,00 m και +96,00 m, να υπολογιστεί η ταχύτητα ροής στα διάφορα σημεία του σωλήνα.

Αν το νερό είναι θερμοκρασίας 200 (ρυ = 2,34 kN/ m^2), να βρεθεί το μεγαλύτερο δυνατό υψόμετρο της θέσης Γ για το οποίο δεν υπάρχει κίνδυνος σπηλαίωσης. Οι απώλειες ενέργειας να αμεληθούν.

Λύση:

Εφαρμόζουμε την εξίσωση ενεργείας μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας Ε΄ και της διατομής στη θέση Δ με οριζόντιο επίπεδο αναφοράς το επίπεδο που περνάει από το Δ, αμελώντας τις απώλειες ενέργειας μεταξύ των διατομών Ε΄ και Δ.

Έχομε επομένως : $h_{E'} = h_{\Delta} \Rightarrow z_{E'} + \dfrac{p_{E'}}{\gamma} + \dfrac{V_{E'}^2}{2g} \ =\ z_{\Delta} + \dfrac{p_{\Delta}}{\gamma} + \dfrac{V_{\Delta}^2}{2g}$

και επειδή $z_{E'}$ = 100 m , z_{Δ} = 96,00 m , $p_{E'} = p_{\Delta} = p_{atm} = 0$ και $V_{E'} = 0$

προκύπτει $100 = 96 + \frac{V_\Delta^2}{2g} \Rightarrow V_\Delta^2 = 8{,}86$ m/s

Από την εξίσωση συνεχείας και επειδή η διατομή του σωλήνα είναι σταθερή, βρίσκουμε ότι $V_B = V_\Gamma = V_\Delta = V = 8{,}86$ m /s.

Ο κίνδυνος σπηλαίωσης εμφανίζεται στο σημείο Γ όπου ο σωλήνας έχει το μεγαλύτερο υψόμετρο θέσης, άρα τη μικρότερη πίεση.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση ενεργείας μεταξύ της ελευθερης επιφάνειας Ε΄ και της διατομής στη θέση Γ, αμελώντας τις απώλειες ενέργειας.

Έχομε επομένως : $H_{E'} = H_\Gamma \Rightarrow h_{E'} + \frac{p_{E'}}{\gamma} + \frac{V_{E'}^2}{2.g} = h_\Gamma + \frac{p_\Gamma}{\gamma} + \frac{V_\Gamma^2}{2g}$ και επειδή

$z_{E'} = 100$ m $z_\Gamma = (100 + H)$ m , $p_{E'} = p_{atm} = 0$, $VE' = 0$ και $V_\Gamma = 8{,}86$ m /s

θα είναι:

$$100 + 0 + 0 = (100 + H) + \frac{p_\Gamma}{\gamma} + \frac{V_\Gamma^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_\Gamma}{\gamma} = -\left(H + \frac{V_\Gamma^2}{2g}\right)$$

Επειδή $p_\Gamma = p_{\Gamma\alpha\pi\acute{o}\lambda.} - p_{atm}$ είναι:

$$\frac{p_{\Gamma\alpha\pi o\lambda.} - p_{\alpha\tau\mu.}}{\gamma} = -\left(H + \frac{V_\Gamma^2}{2.g}\right)$$

Για να μην υπάρχει κίνδυνος σπηλαίωσης πρέπει για τη δοσμένη θερμοκρασία, η απόλυτη πίεση στο σημείο Γ, να μην είναι μικρότερη από την τάση των ατμών, πρέπει δηλαδή να ισχύει $p_{\Gamma\alpha\pi\acute{o}\lambda.} \geq p_\upsilon = 2{,}34$ kN / m2 $\Rightarrow$

$$p_{\Gamma\alpha\pi o\lambda.} = p_{\alpha\tau\mu.} - \gamma\,.\left(H + \frac{V_\Gamma^2}{2.g}\right) \text{ ή } \quad H \leq \frac{p_{\alpha\tau\mu.} - p_\upsilon}{\rho.g} - \frac{V_\Gamma^2}{2.g}$$

Στην τελευταία σχέση αν αντικατασταθούν:

$V_\Gamma = 8{,}86$ m/sec, $g = 9{,}81$ m /s^2, $p_\upsilon = 2{,}34$ kN/ m^2, $p_{\alpha\tau\mu.} = 101{,}30$ kN / m^2 και $\rho = 1000$ kg/ m^3, προκύπτει:

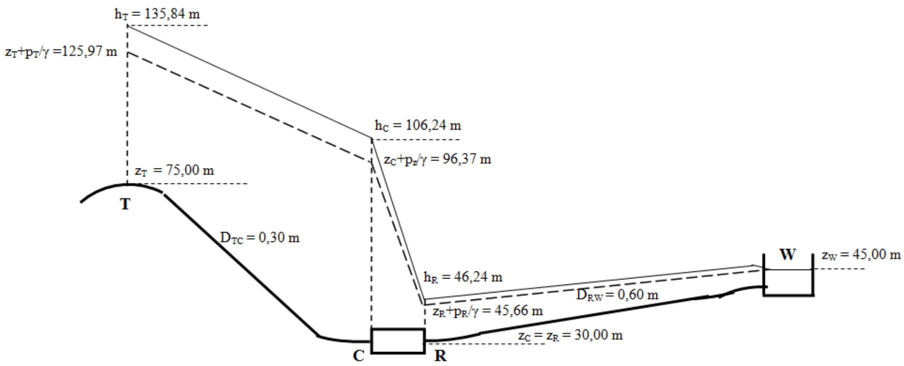
$$H \leq \frac{101{,}30 - 2{,}34}{1000\,.\,9{,}81} - \frac{8{,}86^2}{2\,.\,9{,}81} = 6{,}08 \text{ m}$$

Άσκηση 9η

Το φορτίο που καταναλώνει ο στρόβιλος C - R είναι $\Delta h_{C-R} = (60 + N)\ m$, ενώ στο T η πίεση είναι 5 bar. Αν οι απώλειες φορτίου από το R στο W είναι $\Delta h_{R-W} = \dfrac{2V_{RW}^2}{2g}$ και από το T στο C είναι $\Delta h_{T-C} = \dfrac{3V_{TC}^2}{2g}$ ζητούνται :

α. η παροχή Q

β. Να σχεδιαστούν και η γραμμή ενέργειας και η πιεζομετρικη γραμμή.



Λύση:

α) Από την εξίσωση ενεργείας μεταξύ των σημείων T και W προκύπτει:

$$\left(z_T + \frac{p_T}{\gamma_w} + \frac{V_{TC}^2}{2g}\right) - \frac{3V_{TC}^2}{2g} - \Delta h_{\sigma\tau\rho.} - \frac{2V_{RW}^2}{2g} = \left(z_w + \frac{p_w}{\gamma_w} + \frac{V_w^2}{2g}\right) \qquad (1)$$

Επειδή στο W είναι ελεύθερη επιφάνεια, είναι $p_w = 0$ και $V_w = 0$

Επομένως η (1) μετά την εκτέλεση των πράξεων γίνεται:

$$z_T + \frac{p_T}{\gamma_w} - \frac{2V_{TC}^2}{2g} - \Delta h_{\sigma\tau\rho.} - \frac{2V_{RW}^2}{2g} = (z_w + 0 + 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(z_T - z_w + \frac{p_T}{\gamma_w} - \Delta h_{\sigma\tau\rho.}\right) - \frac{V_{TC}^2}{g} - \frac{V_{RW}^2}{g} = 0 \qquad (2)$$

Από την εξίσωση συνεχείας προκύπτει:

$$Q = S_{TC} V_{TC} = S_{RW} V_{RW} \quad \text{οπότε}$$

$$V_{TC} = \frac{Q}{S_{TC}} = \frac{4Q}{\pi D_{TC}^2} \tag{3}$$

και

$$V_{RW} = \frac{Q}{S_{RW}} = \frac{4Q}{\pi D_{RW}^2} \tag{4}$$

(3)

Επομένως η σχέση (2) γίνεται:

$$\left(z_T - z_w + \frac{p_T}{\gamma_w} - \Delta h_{\sigma\tau\rho.} \right) - \frac{16\, Q^2}{g\, \pi^2\, D_{TC}^4} - \frac{16\, Q^2}{g\, \pi^2\, D_{RW}^4} = 0$$

$$Q^2 = \frac{\left(z_T - z_w + \frac{p_T}{\gamma_w} - \Delta h_{\sigma\tau\rho.} \right) \frac{g\, \pi^2}{16}}{\frac{1}{D_{TC}^4} + \frac{1}{D_{RW}^4}} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{\pi}{4} D_{TC}^2 D_{RW}^2 \left[\frac{\left(z_T - z_w + \frac{p_T}{\gamma_w} - \Delta h_{\sigma\tau\rho.} \right) g}{D_{TC}^4 + D_{RW}^4} \right]^{1/2}$$

Με αντικατάσταση των δεδομένων προκύπτει:

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}30^2 \cdot 0{,}60^2 \left[\frac{\left(75{,}00 - 45{,}00 + \frac{5x10^5}{9810} - 60{,}00 \right) 9{,}81}{0{,}30^4 + 0{,}60^4} \right]^{1/2} = 0{,}984 \;\; m^3/s$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) υπολογίζονται οι ταχύτητες ροής:

$$V_{TC} = \frac{4Q}{\pi D_{TC}^2} = \frac{4 \cdot 0{,}984}{3{,}14 \cdot 0{,}30^2} = 13{,}914 \; m/s \tag{3}$$

και

$$V_{RW} = \frac{4Q}{\pi D_{RW}^2} = \frac{4 \cdot 0{,}984}{3{,}14 \cdot 0{,}60^2} = 3{,}379 \; m/s \tag{4}$$

β) Γραμμή ενεργείας και πιεζομετρική γραμμή.

Σημείο Τ.

Ύψος Ενέργειας:

$$h_T = z_T + \frac{p_T}{\gamma_w} - \frac{V_{TC}^2}{2g} = 75{,}00 + \frac{5x10^5}{9810} + \frac{13{,}914^2}{2\cdot 9{,}81} = 75{,}00 + 50{,}97 + 9{,}87 = 135{,}84\ \text{m}$$

Πιεζομετρικό φορτίο

$$z_T + \frac{p_T}{\gamma_w} = h_T - \frac{V_{TC}^2}{2g} = 75{,}00 + 50{,}97 = 135{,}84 - 9{,}87 = 125{,}97\ \text{m}$$

Σημείο C

Ύψος Ενέργειας:

$$h_C = h_T - \Delta h_{T-C} = 135{,}84 - \frac{3V_{TC}^2}{2g} = 135{,}84 - \frac{3\cdot 13{,}914^2}{2\cdot 9{,}81} = 135{,}84 - 29{,}60 = 106{,}24\ \text{m}$$

Πιεζομετρικό φορτίο

$$z_C + \frac{p_C}{\gamma_w} = h_C - \frac{V_{TC}^2}{2g} = 106{,}24 - 9{,}87 = 96{,}37\ \text{m}$$

Σημείο R

Ύψος Ενέργειας:

$$h_R = h_C - \Delta h_{\sigma\tau\rho.} = 106{,}24 - 60{,}00 = 46{,}24\ \text{m}$$

Πιεζομετρικό φορτίο

$$z_R + \frac{p_R}{\gamma_w} = h_R - \frac{V_{RW}^2}{2g} = 46{,}24 - \frac{3{,}379^2}{2\cdot 9{,}81} = 46{,}24 - 0{,}58 = 45{,}66\ \text{m}$$

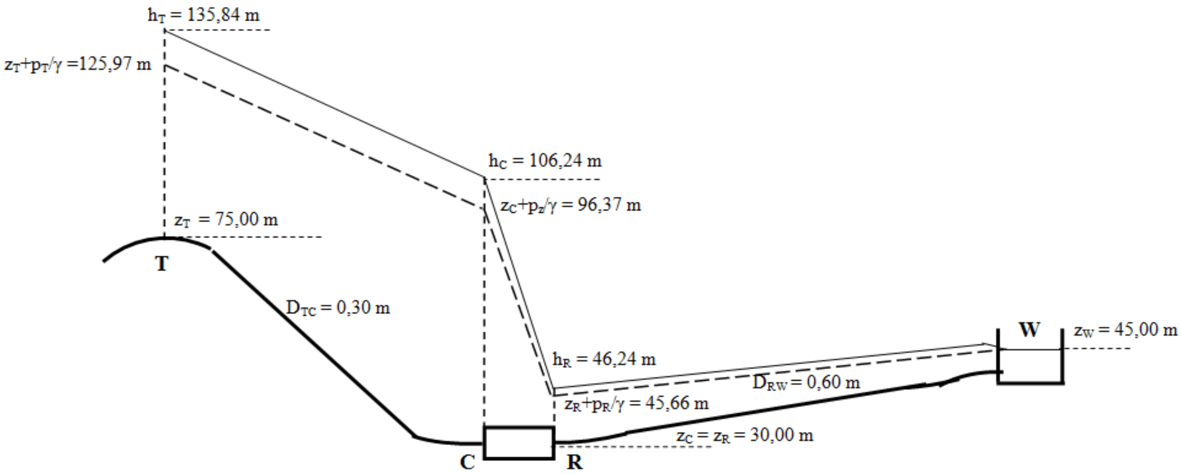
Σημείο W

Ύψος Ενέργειας:

$$h_W = h_R - \Delta h_{RW} = 46{,}24 - \frac{2\cdot 3{,}379^2}{2\cdot 9{,}81} = 46{,}24 - 1{,}16 = 45{,}08\ \text{m}$$

Πιεζομετρικό φορτίο

$$z_R + \frac{p_R}{\gamma_w} = h_R - \frac{V_{RW}^2}{2g} = 46{,}24 - \frac{2 \cdot 3{,}379^2}{2 \cdot 9{,}81} = 46{,}24 - 1{,}16 = 45{,}08 \text{ m}$$



3.6. ΑΛΥΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Άσκηση 1η

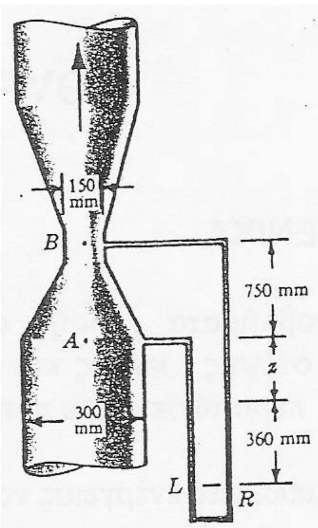
Αν η ταχύτητα σε ένα σωλήνα διαμέτρου D = (12 +N) mm είναι V_1= 0,50 m/s, ποία είναι η ταχύτητα V_2 σε μια φλέβα ρευστού διαμέτρου d=3 mm που εκρέει από ακροφύσιο προσαρμοσμένο στο σωλήνα.

(Απάντηση για N= 0: V_2 = 8m/s)

Άσκηση 2η.

Στο μετρητή Venturi του σχήματος, η απόκλιση του υδράργυρου στο διαφορικό μανόμετρο είναι (0,36 +0,1N)m.

Να υπολογιστεί η παροχή του νερού μέσα στο μετρητή, αν δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας μεταξύ Α και Β.

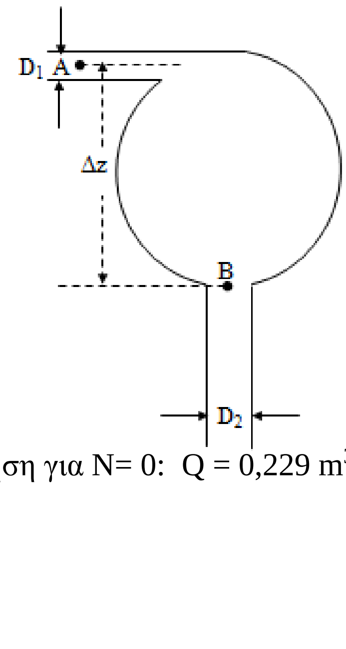


(Απάντηση για N= 0: Q = 0,17 m^3/sec)

Άσκηση 3η

Ο στρόβιλος του σχήματος έχει ισχύ N= 4900 kp m/s και η διαφορά πιέσεως στα σημεία Α και Β είναι

$\frac{p_A}{\gamma_w} - \frac{p_B}{\gamma_w} = (20{,}00 + N)\ m$. Να υπολογιστεί η παροχή που διέρχεται από τον υδροστρόβιλο όταν είναι D_1= 0,30 m, D_2= 0,60 m και Δz =0,90 m



(Απάντηση για N= 0: Q = 0,229 m^3/s)

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. Μενέλαος Θεοχάρης, “ΑΡΔΕΥΣΕΙΣ”, Τ.Ε.Ι. Ηπείρου, Άρτα, 2012.
2. Μενέλαος Θεοχάρης, “Η ΑΡΔΕΥΣΗ ΜΕ ΣΤΑΓΟΝΕΣ”, Τ.Ε.Ι. Ηπείρου, Άρτα, 1998.
3. Θεοχάρης Μ.: " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις ", Άρτα 1998
4. Θεοχάρης Μ.: " Η Άρδευση με Σταγόνες ", Άρτα 1998
5. Θεοχάρης Μ.: " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις , Εργαστηριακές Ασκήσεις", Άρτα 1998
6. Καρακατσούλης Π. : " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις και Προστασία των Εδαφών ", Αθήνα 1993.
7. Κωνσταντινίδης Κ. : "Η μέθοδος αρδεύσεως δια καταιονήσεως ", Θεσσαλονίκη - Αθήνα 1975.
8. Μιχελάκης Ν. : "Συστήματα Αυτόματης Άρδευσης - Άρδευση με Σταγόνες"
9. Daugerty - Franzini : "Υδραυλική" Τόμοι I , II, Εκδόσεις Πλαίσιο , Αθήνα.
10. Davis- Sorensen :" Handbook of applied Hydraulics" Third edition McGraw-Hill Book Company, 1969.
11. Ουζούνης Δ. "Θεωρητική και Πρακτική Μέθοδος της Άρδευσης με Σταγόνες" Εκδόσεις Γαρταγάνη, Θεσσαλονίκη 1997.
12. Τερζίδης Γ. : "Μαθήματα Υδραυλικής " , Τόμοι I ,II , III, Θεσσαλονίκη 1986.
13. Τερζίδης Γ. - Παπαζαφειρίου Ζ. : " Γεωργική Υδραυλική " Εκδόσεις Ζήτη , Θεσσαλονίκη 1997.
14. Τζιμόπουλος Χ. : " Γεωργική Υδραυλική ", Τόμοι I , II, Εκδόσεις Ζήτη , Θεσ-σαλονίκη 1982.
15. Τσακίρης Γ. : "Μαθήματα Εγγειοβελτιωτικών Έργων ", Αθήνα
16. Hansen V. - Israelsen : "Αρδεύσεις. Βασικοί Αρχαί και Μέθοδοι . Μετάφραση από τους Α. Νικολαΐδη και Α. Κοκκινίδη ", Αθήνα 1968.

Σημείωμα Αναφοράς

Θεοχάρης Μενέλαος, (2015). Αρδεύσεις (Εργαστήριο). ΤΕΙ Ηπείρου. Διαθέσιμο από:
http://eclass.teiep.gr/courses/TEXG110/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Επεξεργασία: Δημήτριος Κατέρης

Άρτα, 2015

BY NC ND

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης