



Ελληνική Δημοκρατία
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό
Ίδρυμα Ηπείρου

Ψηφιακά Ηλεκτρονικά

Ενότητα 4 : Ανάλυση ακολουθιακών κυκλωμάτων με
ρολόι

Φώτιος Βαρτζιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Τμήμα

Ψηφιακά Ηλεκτρονικά

Ενότητα 4: Ανάλυση ακολουθιακών κυκλωμάτων με ρολόι

Φώτιος Βαρτζιώτης

Καθηγητής Εφαρμογών

Άρτα, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





Σκοποί ενότητας

- Περιγραφή των χαρακτηριστικών πινάκων, των χαρακτηριστικών εξισώσεων και των εισόδων ενός flip-flop.
- Προσδιορισμός της συμπεριφοράς ενός κυκλώματος κάτω από ορισμένες συνθήκες.



Περιεχόμενα ενότητας

- Χαρακτηριστικοί Πίνακες
- Χαρακτηριστικές Εξισώσεις
- Άμεσες Είσοδοι
- Θετικά ακμοπυροδότητο D flip-flop
- Εξισώσεις Καταστάσεων
- Πίνακας Καταστάσεων
- Διάγραμμα Καταστάσεων



Περιεχόμενα ενότητας

- Αναπαράσταση Κυκλώματος
- Παράδειγμα Ακολουθιακού Κυκλώματος
- Άσκηση 1
- Άσκηση 2



Χρηματοδότηση

- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Ηπείρου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Χαρακτηριστικοί Πίνακες

Ο χαρακτηριστικός πίνακας ενός flip-flop ορίζει τις λογικές ιδιότητές του, σε μορφή πίνακα.

Οι χαρακτηριστικοί πίνακες των τριών τύπων flip-flop.

J/K Flip-Flop			
J	K	Q(t + 1)	
0	0	Q(t)	Καμία αλλαγή
0	1	0	Μηδενισμός
1	0	1	Θέση
1	1	Q'(t)	Συμπλήρωση εξόδου

D Flip-Flop		
D	Q(t + 1)	
0	0	Μηδενισμός
1	1	Θέση

T Flip-Flop		
T	Q(t + 1)	
0	Q(t)	Καμία αλλαγή
1	Q'(t)	Συμπλήρωση εξόδου ⁸



Χαρακτηριστικοί Πίνακες

Η επόμενη κατάσταση του flip-flop ορίζεται ως συνάρτηση των εισόδων του flip-flop και της παρούσας κατάστασης.

$Q(t)$ Η παρούσα κατάσταση

$Q(t + 1)$ Η επόμενη κατάσταση

Έχουμε μια ενεργή μετάβαση του ρολογιού ανάμεσα στις χρονικές στιγμές t και $t+1$



Χαρακτηριστικοί Πίνακες

Από τον χαρακτηριστικό πίνακα του JK flip-flop προκύπτει ότι, όταν και οι δύο είσοδοί του J και K , είναι 0, η επόμενη κατάσταση του είναι ίδια με την παρούσα κατάσταση του, δηλαδή

$$Q(t) = Q(t + 1)$$

Όταν $J = K = 1$, το συμπλήρωμα της παρούσας κατάστασης γίνεται η επόμενη κατάσταση, μια μετάβαση που μπορεί να εκφραστεί ως $Q(t + 1) = Q'(t)$.



Χαρακτηριστικοί Πίνακες

Η επόμενη κατάσταση ενός D flip-flop εξαρτάται μόνο από την είσοδο D και όχι από την παρούσα κατάσταση.

Η σχέση αυτή μπορεί να εκφραστεί ως

$$Q(t + 1) = D$$

Που σημαίνει ότι η τιμή της επόμενης κατάστασης ισούται με την τιμή του D .

Για το D flip-flop δεν υπάρχει συνθήκη που προκαλεί παραμονή στην ίδια κατάσταση.



Χαρακτηριστικοί Πίνακες

Η παραμονή στην ίδια κατάσταση μπορεί να επιτευχθεί μόνο εάν απενεργοποιήσουμε το ρολόι ή εάν διατηρήσουμε το ρολόι και συνδέσουμε την έξοδο του flip-flop στην είσοδο D .

Ο χαρακτηριστικός πίνακας του T flip-flop έχει μόνο δύο συνθήκες: όταν $T = 0$, η επόμενη ακμή ρολογιού δεν προκαλεί αλλαγή κατάστασης, ενώ όταν $T = 1$, η ακμή ρολογιού προκαλεί τη συμπλήρωση της κατάστασης του flip-flop.



Χαρακτηριστικές εξισώσεις

Οι λογικές ιδιότητες ενός flip-flop, οι οποίες περιγράφονται στον χαρακτηριστικό πίνακα του flip-flop, μπορούν να εκφραστούν αλγεβρικά με μια χαρακτηριστική εξίσωση.

D flip-flop : $Q(t + 1) = D$

JK flip-flop: $Q(t + 1) = JQ' + K'Q$

T flip-flop: $Q(t + 1) = T \oplus Q = TQ' + T'Q$



Άμεσες είσοδοι

Ορισμένα flip-flop διαθέτουν επιπλέον εισόδους, οι οποίες αποκαλούνται *ασύγχρονες είσοδοι* και χρησιμοποιούνται για να υποχρεώσουν το flip-flop να μεταβεί σε μια συγκεκριμένη κατάσταση ανεξάρτητα από το ρολόι.

- Η είσοδος *άμεσης Θέσης (preset ή direct set)* θέτει το flip-flop στο 1
- Η είσοδος *άμεσου μηδενισμού ή άμεσης επαναφοράς (clear ή direct reset)* επαναφέρει το flip-flop στο 0

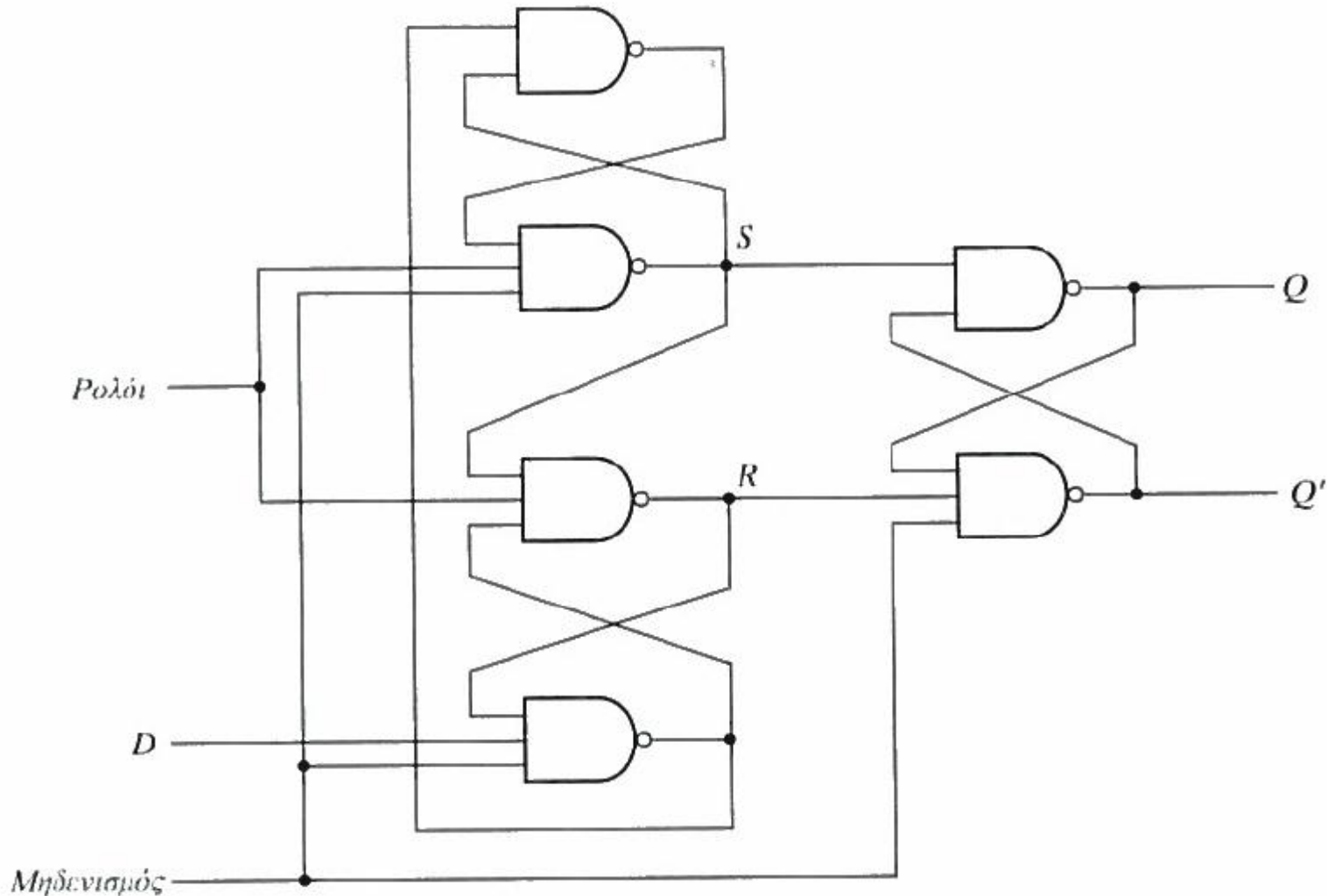


Άμεσες είσοδοι

Οι άμεσες είσοδοι είναι χρήσιμες, μεταξύ άλλων, διότι θέτουν όλα τα flip-flop του συστήματος σε μια γνωστή κατάσταση (κατάσταση εκκίνησης) πριν ξεκινήσει η λειτουργία του συστήματος σε συγχρονισμό με το ρολόι.



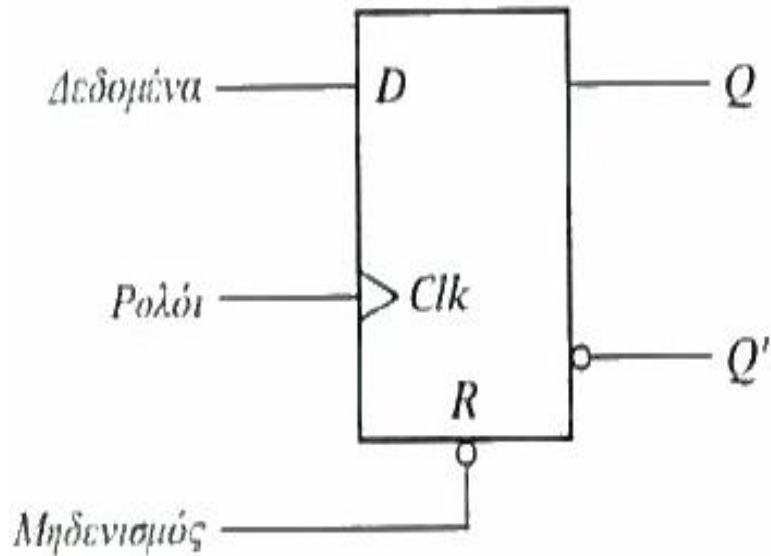
Θετικά ακμοπυροδότητο D flip-flop



(α) Λογικό διάγραμμα



Θετικά ακμοπυροδότητο D flip-flop



(β) Σχηματικό σύμβολο

R	Clk	D	Q	Q'
0	X	X	0	1
0	↑	0	0	1
0	↑	1	1	0

(γ) Πίνακας λειτουργίας



Θετικά ακμοπυροδότητο D flip-flop

Το λογικό διάγραμμα του κυκλώματος είναι ίδιο με εκείνο του κυκλώματος D flip-flop (ενότητα 3), με τη διαφορά ότι έχει επιπλέον μια είσοδο μηδενισμού συνδεδεμένη με τρεις πύλες NAND.

Όταν η είσοδος αυτή γίνεται 0, αναγκάζει την έξοδο της πύλης που παράγει το Q' να λάβει τιμή 1, κάτι το οποίο, με τη σειρά του, αναγκάζει την έξοδο Q να γίνει 0, μηδενίζοντας έτσι το flip-flop.



Θετικά ακμοπυροδότητο D flip-flop

Οι άλλες δύο συνδέσεις της εισόδου μηδενισμού διασφαλίζουν ότι:

- όσο η είσοδος μηδενισμού είναι 0,
- η είσοδος S του τρίτου μανδαλωτή SR παραμένει στο λογικό 1,
- ανεξάρτητα από τις τιμές των D και Clk .



Θετικά ακμοπυροδότητο D flip-flop

Το σχηματικό σύμβολο ενός *D* flip-flop με άμεσο μηδενισμό έχει μια πρόσθετη είσοδο που αποκαλείται *R*.

Ο μικρός κύκλος στη συγκεκριμένη είσοδο υποδεικνύει ότι αυτή ενεργοποιείται από επίπεδο σήματος λογικού 0.



Θετικά ακμοπυροδότητο D flip-flop

Στα flip-flop με άμεση θέση χρησιμοποιείται το σύμβολο S για την ονομασία της ασύγχρονης εισόδου θέσης

Η κανονική λειτουργία του flip-flop (λειτουργία σε συγχρονισμό με το ρολόι) μπορεί να συνεχιστεί μόνο αφού η είσοδος μηδενισμού επανέλθει στο 1.

Τα βέλη στην στήλη Clk του πίνακα υποδηλώνουν ότι το flip-flop πυροδοτείται από τη θετική ακμή του παλμού του ρολογιού.



Εξισώσεις καταστάσεων

Η συμπεριφορά ενός ακολουθιακού κυκλώματος με ρολόι μπορεί να περιγραφεί αλγεβρικά με τις *εξισώσεις καταστάσεων*.

Μια *εξίσωση κατάστασης-εξίσωση μετάβασης* καθορίζει την επόμενη κατάσταση ως συνάρτηση της παρούσας κατάστασης και των εισόδων.

Μία *εξίσωση κατάστασης* είναι μία αλγεβρική έκφραση, η οποία προσδιορίζει τη συνθήκη για την αλλαγή κατάστασης ενός flip-flop.



Εξισώσεις καταστάσεων

Η αριστερή πλευρά της εξίσωσης, όπου θέτουμε τη χρονική ένδειξη ($t+ 1$), αφορά την επόμενη κατάσταση του flip-flop, δηλαδή αυτή στην οποία θα μεταβεί το flip-flop μετά την επόμενη ακμή του ρολογιού.

Η δεξιά πλευρά της εξίσωσης είναι μια έκφραση Boole, η οποία προσδιορίζει την τιμή της παρούσας κατάστασης και τις συνθήκες εισόδου που καθιστούν την επόμενη κατάσταση ίση με 1.



Εξισώσεις καταστάσεων

Οι εκφράσεις Boole των εξισώσεων καταστάσεων μπορούν να προκύψουν απευθείας από το συνδυαστικό υποκύκλωμα του ακολουθιακού κυκλώματος.



Πίνακας Καταστάσεων

Η χρονική αλληλουχία εισόδων, εξόδων και καταστάσεων των flip-flop μπορεί να περιγραφεί από τον *πίνακα καταστάσεων (state table)*, - *πίνακας μεταβάσεων (transition table)*.

Ο πίνακας αυτός περιέχει τέσσερα τμήματα, τα οποία έχουν επικεφαλίδες *παρούσα κατάσταση, είσοδος, επόμενη κατάσταση και έξοδος*.



Πίνακας Καταστάσεων

Παρούσα Κατάσταση: Καταγράφονται όλες οι δυνατές καταστάσεις των flip-flop (σε χρόνο t).

Είσοδος: Δυνατές τιμές της εισόδου για κάθε πιθανή παρούσα κατάσταση.

Επόμενη Κατάσταση: Καταγράφονται οι καταστάσεις των flip-flop μετά από έναν κύκλο του ρολογιού, δηλαδή σε χρόνο $t + 1$.

Έξοδος: Καταγράφονται οι τιμές των εξόδων σε υπονοούμενο χρόνο t , για κάθε συνδυασμό παρούσας κατάστασης και εισόδων.



Πίνακας Καταστάσεων

Γενικά, ο πίνακας καταστάσεων ενός ακολουθιακού κυκλώματος με m flip-flop και n εισόδους έχει 2^{m+n} γραμμές. Σ' αυτή την περίπτωση γράφουμε τους δυαδικούς αριθμούς από το 0 ως το $2^{m+n} - 1$ στις στήλες παρούσας κατάστασης και εισόδων.

Το τμήμα επόμενης κατάστασης θα έχει m στήλες, μια για κάθε flip-flop.

Οι δυαδικές τιμές της επόμενης κατάστασης προκύπτουν από τις εξισώσεις καταστάσεων.



Πίνακας Καταστάσεων

Το τμήμα εξόδου θα έχει τόσες στήλες όσες είναι οι μεταβλητές εξόδου.

Οι δυαδικές τιμές των εξόδων υπολογίζονται από το λογικό διάγραμμα του κυκλώματος ή από τις συναρτήσεις Boole των εξόδων, με τον τρόπο που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό των εξόδων των συνδυαστικών κυκλωμάτων στους πίνακες αληθείας.



Διάγραμμα καταστάσεων

Η πληροφορία που περιέχεται σε έναν πίνακα καταστάσεων μπορεί να αναπαρασταθεί γραφικά σε ένα *διάγραμμα καταστάσεων* (state diagram).

- Οι καταστάσεις αναπαρίστανται με κύκλους
- οι μεταβάσεις σε άλλες καταστάσεις με βέλη που συνδέουν αυτούς τους κύκλους.
- Ο δυαδικός αριθμός μέσα σε κάθε κύκλο προσδιορίζει την κατάσταση των flip-flop.



Διάγραμμα καταστάσεων

- Δίπλα σε κάθε βέλος γράφουμε δύο δυαδικούς αριθμούς, χωρισμένους από μια κάθετο.
 - Ο πρώτος αριθμός περιγράφει τις τιμές των εισόδων κατά τη συγκεκριμένη παρούσα κατάσταση, οι οποίες προκαλούν την μετάβαση που περιγράφει το βέλος.
 - Ο δεύτερος αριθμός, αυτός που τοποθετείται μετά την κάθετο, δίνει τις τιμές των εξόδων κατά την παρούσα κατάσταση, όταν οι είσοδοι έχουν τις τιμές που περιγράφονται από τον πρώτο αριθμό.



Αναπαράσταση Κυκλώματος

1. Κυκλωματικό διάγραμμα
2. Εξισώσεις-Πίνακας καταστάσεων
3. Διάγραμμα καταστάσεων

Δεν υπάρχει καμία διαφορά μεταξύ ενός πίνακα καταστάσεων και ενός διαγράμματος καταστάσεων.

Το διάγραμμα καταστάσεων απεικονίζει τις μεταβάσεις καταστάσεων σε μια μορφή ευκολότερα κατανοήσιμη.



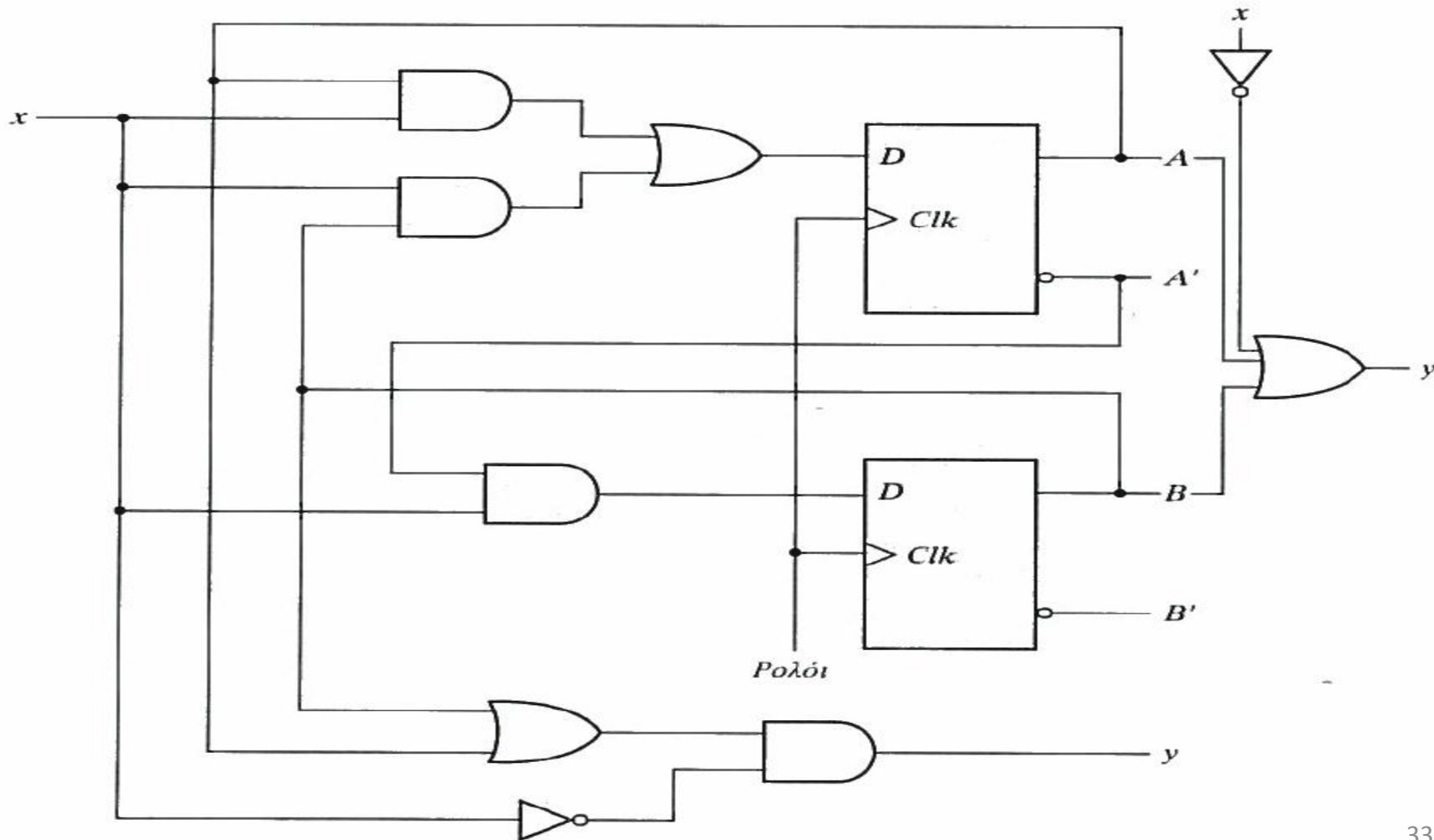
Εξισώσεις εισόδων των flip-flop

Ένα σύνολο συναρτήσεων Boole που περιγράφει τις εισόδους ονομάζονται *εξισώσεις εισόδων (input equations)*, ή *εξισώσεις διέγερσης (excitation equations)*.

Ένα σύνολο συναρτήσεων Boole που περιγράφει τις εξωτερικές εξόδους ονομάζονται *εξισώσεις εξόδων (output equations)*.



Παράδειγμα Ακολουθιακού Κυκλώματος





Παράδειγμα Ακολουθιακού Κυκλώματος

Εξισώσεις Κατάστασης:

$$A(t + 1) = A(t)x(t) + B(t)x(t)$$

$$B(t + 1) = A'(t)x(t)$$

Η τιμή της εξόδου:

$$y(t) = [A(t) + B(t)]x'(t)$$

$$\text{ή } y = (A + B)x'$$



Παράδειγμα Ακολουθιακού Κυκλώματος

Πίνακας Καταστάσεων του κυκλώματος

Παρούσα κατάσταση		Είσοδος	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος
A	B		A	B	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0

Η επόμενη Κατάσταση του flip-flop A:

$$A(t + 1) = Ax + Bx$$

Η επόμενη Κατάσταση του flip-flop B:

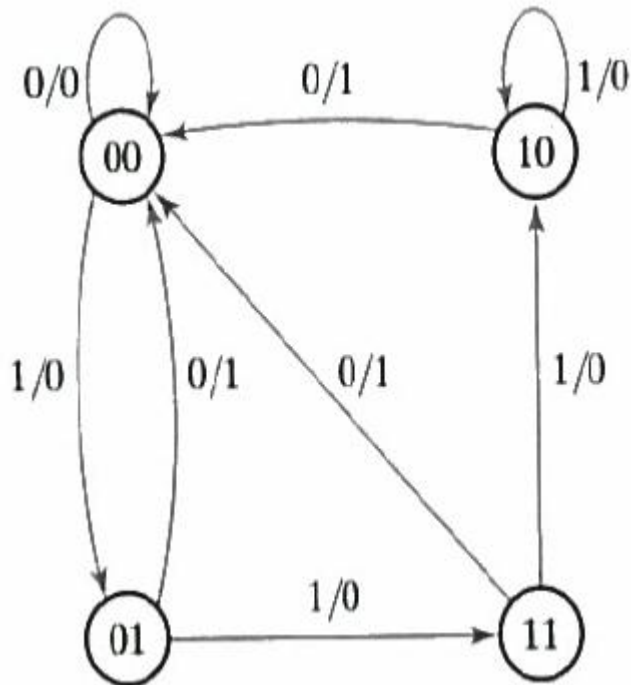
$$B(t + 1) = A'x$$

Η έξοδος: $y = Ax' + Bx'$



Παράδειγμα Ακολουθιακού Κυκλώματος

Διάγραμμα
Καταστάσεων



Εξισώσεις Εισόδων των
flip-flop

$$D_A = Ax + Bx$$

$$D_B = A'x$$

$$Y = (A+B)x'$$



ΆΣΚΗΣΗ 1

Θεωρήστε ένα νέο «τύπο» flip-flop, με όνομα PN και τις εξής τέσσερις λειτουργίες: μηδενισμό (έξοδος 0), καμία αλλαγή, συμπλήρωμα και θέση (έξοδος 1), όταν οι είσοδοι P και N γίνονται 00, 01, 10 και 11, αντίστοιχα.

- i. Συντάξτε τον χαρακτηριστικό πίνακα.
- ii. Γράψτε τη χαρακτηριστική εξίσωση.
- iii. Δείξτε τον τρόπο με τον οποίο το PN flip-flop μπορεί να μετατραπεί σε *D* flip-flop.



ΆΣΚΗΣΗ 2

Εξηγήστε τις διαφορές ανάμεσα στους εξής πίνακες:

- πίνακας αληθείας,
- πίνακας καταστάσεων,
- χαρακτηριστικός πίνακας

Επίσης, εξηγήστε τη διαφορά ανάμεσα στην εξίσωση Boole, στην εξίσωση καταστάσεων, στη χαρακτηριστική εξίσωση και στην εξίσωση εισόδου ενός flip-flop.



Βιβλιογραφία

- Morris M. , Ciletti M. (1984). Ψηφιακή Σχεδίαση Με εισαγωγή στη Verilog HDL. Έκδοση 5^η (2014) Εκδόσεις Παπασωτηρίου.
- Ciletti, M.D. 1999. Modeling , Synthesis, and Rapid Prototyping with Verilog HDL. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Roth, C.H. 2009. Fundamentals of Logic Design,6th ed, St. Paul, MN: Brooks/Cole.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Τεχνολογικό Ίδρυμα Ηπείρου. Φώτιος Βαρτζιώτης.
Ψηφιακά Ηλεκτρονικά.

Έκδοση: 1.0 Άρτα, 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή
διεύθυνση:

<http://eclass.teiep.gr/courses/COMP117/>





Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 Διεθνές [1] ή μεταγενέστερη. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, Διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.el>



Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Κολοβού Ξανθή
Άρτα, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη Δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Τέλος Ενότητας

Ανάλυση ακολουθιακών
κυκλωμάτων με ρολόι



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

