



Ελληνική Δημοκρατία  
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό  
Ίδρυμα Ηπείρου

# Ψηφιακά Ηλεκτρονικά

Ενότητα 7 : Ελαχιστοποίηση και κωδικοποίηση  
καταστάσεων

Φώτιος Βαρτζιώτης



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Τμήμα

Ψηφιακά Ηλεκτρονικά

**Ενότητα 7:** Ελαχιστοποίηση και κωδικοποίηση  
καταστάσεων

Φώτιος Βαρτζιώτης  
Καθηγητής Εφαρμογών  
Άρτα, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





# Σκοποί ενότητας

- Μελέτη των ιδιοτήτων των ακολουθιακών κυκλωμάτων .
- Χρήση των ιδιοτήτων για την απλοποίηση ενός υπό-σχεδίαση κυκλώματος



# Περιεχόμενα ενότητας

- Ελαχιστοποίηση Καταστάσεων
- Κωδικοποίηση Καταστάσεων
- Άσκηση 1
- Άσκηση 2



# Χρηματοδότηση

- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Ηπείρου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

*Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης καταστάσεων αποσκοπεί στη μείωση του πλήθους των flip-flop ενός ακολουθιακού κυκλώματος.*

*Οι αλγόριθμοι ελαχιστοποίησης καταστάσεων αφορούν διαδικασίες μείωσης του αριθμού των καταστάσεων ενός πίνακα καταστάσεων, χωρίς να χρειαστεί αλλαγή των χρονικών ακολουθιών των εισόδων και των εξόδων του υπό σχεδίαση κυκλώματος*



# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Δεδομένου ότι  $n$  flip-flop  $2^m$  καταστάσεις

- Μείωση του πλήθους των καταστάσεων του κυκλώματος μπορεί να οδηγήσει στη μείωση του πλήθους των flip-flop.
- Κάθε ακολουθιακό κύκλωμα υπάρχουν άπειρες ακολουθίες πιθανών εισόδων
- Κάθε μία εκ των οποίων δίνει μια μοναδική ακολουθία εξόδων.

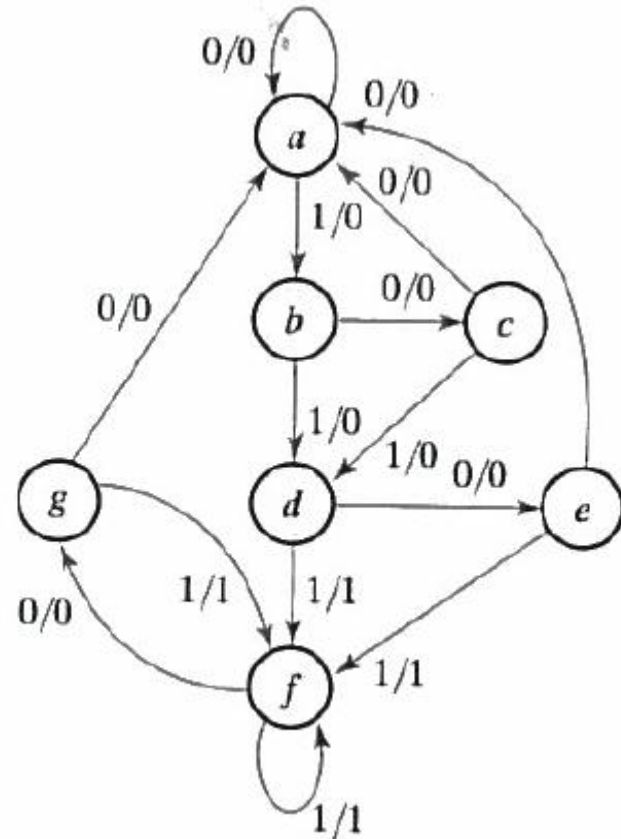




# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Έστω το ακολουθιακό κύκλωμα με το διπλανό διάγραμμα καταστάσεων.

Μόνο οι ακολουθίες εισόδων και εξόδων έχουν σημασία.





# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Οι καταστάσεις του κυκλώματος θεωρούνται εσωτερικές και χρησιμοποιούνται για να πετύχουμε τις ακολουθίες (γι' αυτό και χρησιμοποιούνται γράμματα για την ονομασία των καταστάσεων)



# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Ξεκινάμε από την αρχική κατάσταση  $a$ .

- Είσοδος 0  $\Rightarrow$  έξοδο 0  $\Rightarrow$  παραμονή στην ίδια κατάσταση  $a$  (στην επόμενη ενεργή μετάβαση του ρολογιού).
- Είσοδος 1  $\Rightarrow$  έξοδο 0  $\Rightarrow$  κατάσταση  $b$ .
- Συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο.
- Σε κάθε στήλη έχουμε την παρούσα κατάσταση, την τιμή εισόδου και την τιμή εξόδου.
- Η επόμενη κατάσταση γράφεται στην επόμενη στήλη.



# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Κατάσταση	$\alpha$	$\alpha$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$f$	$g$	$f$	$g$	$\alpha$
Είσοδος	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	
Έξοδος	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	

Δυο κυκλώματα θεωρούνται ισοδύναμα, αν για τις ίδιες ακολουθίες εισόδων παράγουν τις ίδιες ακολουθίες εξόδων (για κάθε ακολουθία εισόδων).



# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Για την ελαχιστοποίηση των καταστάσεων χρησιμοποιούμε τον πίνακα καταστάσεων, είναι πιο βολικός από το διάγραμμα καταστάσεων.

Όταν δύο καταστάσεις είναι ισοδύναμες, η μια απ' αυτές μπορεί να αντικατασταθεί από την άλλη και, επομένως, να απαλειφθεί, χωρίς να προκύψει μεταβολή των σχέσεων εισόδων - εξόδων.



# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Στον πίνακα καταστάσεων βρίσκουμε δύο παρούσες καταστάσεις που πηγαίνουν στην ίδια επόμενη κατάσταση και δίνουν την ίδια έξοδο και για τις δύο δυνατές εισόδους.

Παρούσα κατάσταση	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
$a$	$a$	$b$	0	0
$b$	$c$	$d$	0	0
$c$	$a$	$d$	0	0
$d$	$e$	$f$	0	1
$e$	$a$	$f$	0	1
$f$	$g$	$f$	0	1
$g$	$a$	$f$	0	1



# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Δύο τέτοιες καταστάσεις είναι οι  $g$  και  $e$ .

Οι καταστάσεις  $g$  και  $e$  είναι ισοδύναμες και μια εξ αυτών μπορεί να απαλειφθεί.

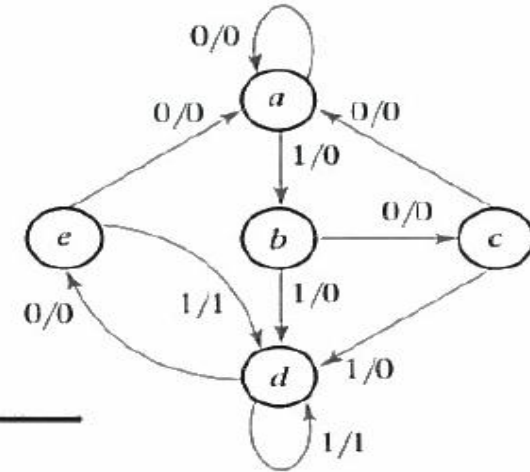
Ο νέος πίνακας γίνεται:

Παρούσα κατάσταση	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
$a$	$a$	$b$	0	0
$b$	$c$	$d$	0	0
$c$	$a$	$d$	0	0
$d$	$e$	$f$	0	1
$e$	$a$	$f$	0	1
$f$	$e$	$f$	0	1



# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Επαναλαμβάνουμε για τις καταστάσεις  $d$  και  $f$  και έχουμε:



Παρούσα κατάσταση	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
$a$	$a$	$b$	0	0
$b$	$c$	$d$	0	0
$c$	$a$	$d$	0	0
$d$	$e$	$d$	0	1
$e$	$a$	$d$	0	1





# Ελαχιστοποίηση καταστάσεων

Έχουμε έτσι μείωση των καταστάσεων από 7 σε 5.

Το γεγονός ότι ένας πίνακας καταστάσεων έχει ελαχιστοποιηθεί σε λιγότερες καταστάσεις δεν εγγυάται κατ' ανάγκην εξοικονόμηση στον αριθμό των flip-flop ή στον αριθμό των πυλών που πρέπει να χρησιμοποιηθούν.



# Κωδικοποίηση καταστάσεων

Για να υλοποιηθεί ένα ακολουθιακό κύκλωμα, θα πρέπει κατά τη διαδικασία σχεδίασης να αντικαταστήσουμε τα συμβολικά ονόματα των καταστάσεων με διακριτές, κωδικοποιημένες δυαδικές τιμές.

Για ένα κύκλωμα με  $m$  καταστάσεις, οι κωδικοποιημένες λέξεις πρέπει να έχουν μήκος  $n$  bit, όπου το  $n$  είναι ο ελάχιστος ακέραιος για τον οποίο ισχύει  $2^n > m$ .



# Κωδικοποίηση καταστάσεων

Π.χ. με 3 bit μπορούμε να κατασκευάσουμε κώδικα για να διακρίνουμε οκτώ καταστάσεις, από 000 έως 111.

Εάν θέλουμε να κωδικοποιήσουμε το κύκλωμα με τις επτά καταστάσεις, τότε θα μείνει αχρησιμοποίητος ένας αριθμός.

Οι αχρησιμοποίητοι κωδικοί αριθμοί θεωρούνται συνθήκες αδιαφορίας.

.



# Κωδικοποίηση καταστάσεων

Συνήθως οι συνθήκες αδιαφορίας βοηθούν στο να καταλήξει η υλοποίηση σε απλούστερα κυκλώματα.

Ο απλούστερος τρόπος κωδικοποίησης πέντε καταστάσεων είναι η χρήση των πέντε πρώτων δυαδικών αριθμών.



# Κωδικοποίηση καταστάσεων

Κώδικας Gray:

- Μόνο ένα bit του κωδικού αριθμού αλλάζει, όταν μεταβαίνουμε από έναν κωδικό αριθμό στον επόμενο.
- Χρησιμοποιείται για την κατασκευή χαρτών, των συναρτήσεων Boole.



# Κωδικοποίηση καταστάσεων

Κωδικοποίηση με *ανάθεση ενός-ενεργού bit*

- Χρησιμοποιούνται στον κώδικα τόσα bit όσες είναι οι καταστάσεις του κυκλώματος.
- Μόνο ένα bit του κώδικα είναι 1, δηλαδή ενεργό (hot), ενώ όλα τα άλλα είναι 0.
- Σ' αυτό τον τύπο ανάθεσης χρησιμοποιείται ένα flip-flop ανά κατάσταση.
- Οι μηχανές που χρησιμοποιούν κωδικοποίηση ενός ενεργού bit είναι ταχύτερες από τις μηχανές με ακολουθιακή δυαδική κωδικοποίηση.



# Κωδικοποίηση καταστάσεων

<u>Κατάσταση</u>	<u>Κωδικοποίηση 1, Δυαδική</u>	<u>Κωδικοποίηση 2, Κώδικας Gray</u>	<u>Κωδικοποίηση 3, Ενός-ενεργού bit</u>
a	000	000	00001
b	001	001	00010
c	010	011	00100
d	011	010	01000
e	100	110	10000



# Κωδικοποίηση καταστάσεων

Πίνακας ελαχιστοποιημένων καταστάσεων με  
Δυαδική Κωδικοποίηση 1

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x=0	x=1	x=0	x=1
000	000	001	0	0
001	010	011	0	0
010	000	011	0	0
011	100	011	0	1
100	000	011	0	1





# Κωδικοποίηση καταστάσεων

Στον Πίνακα με τις ελαχιστοποιημένες καταστάσεις έχει χρησιμοποιηθεί η δυαδική ανάθεση 1:

- Τα συμβολικά γράμματα των καταστάσεων έχουν αντικατασταθεί από τις αντίστοιχες δυαδικές τιμές.

Μια διαφορετική ανάθεση θα έδινε πίνακα καταστάσεων με άλλες δυαδικές τιμές καταστάσεων.



# Κωδικοποίηση καταστάσεων

- Η δυαδική μορφή του πίνακα καταστάσεων χρησιμοποιείται για να κατασκευάσουμε το συνδυαστικό τμήμα του ακολουθιακού κυκλώματος, και συγκεκριμένα για την παραγωγή των εξόδων και την προετοιμασία των επόμενων καταστάσεων.



# Άσκηση 1

Για τον πίνακα καταστάσεων που παρατίθεται στη συνέχεια:

- i. Σχεδιάστε το αντίστοιχο διάγραμμα καταστάσεων.
- ii. Δημιουργήστε τον πίνακα με τον μειωμένο αριθμό καταστάσεων.
- iii. Σχεδιάστε το διάγραμμα καταστάσεων που αντιστοιχεί στον πίνακα με τον μειωμένο αριθμό καταστάσεων.



# Άσκηση 1

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x=0	x=1	x=0	x=1
a	f	b	0	0
b	d	c	0	0
c	f	e	0	0
d	g	a	1	0
e	d	c	0	0
f	f	b	1	1
g	g	h	0	1
h	g	a	1	0



# Άσκηση 2

Ξεκινώντας από την κατάσταση  $a$  και με δεδομένη την ακολουθία εισόδου 01110010011 βρείτε την ακολουθία εξόδων που προκύπτει από

- i. τον πίνακα καταστάσεων του προηγούμενου προβλήματος και
- ii. το μειωμένο πίνακα καταστάσεων του προηγούμενου προβλήματος. Δείξτε ότι προκύπτει η ίδια ακολουθία εξόδων από τους δυο αυτούς πίνακες.



# Βιβλιογραφία

- Morris M. , Ciletti M. (1984). Ψηφιακή Σχεδίαση Με εισαγωγή στη Verilog HDL. Έκδοση 5<sup>η</sup> (2014) Εκδόσεις Παπασωτηρίου.
- Ciletti, M.D. 1999. Modeling , Synthesis, and Rapid Prototyping with Verilog HDL. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Roth, C.H. 2009. Fundamentals of Logic Design, 6<sup>th</sup> ed, St. Paul, MN: Brooks/Cole.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Τεχνολογικό Ίδρυμα Ηπείρου. Φώτιος Βαρτζιώτης.  
Ψηφιακά Ηλεκτρονικά.

Έκδοση: 1.0 Άρτα, 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή  
διεύθυνση:

<http://eclass.teiep.gr/courses/COMP117/>





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 Διεθνές [1] ή μεταγενέστερη. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, Διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.el>





# Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Κολοβού Ξανθή  
Άρτα, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη Δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Τέλος Ενότητας

Ελαχιστοποίηση και κωδικοποίηση  
καταστάσεων



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

