



Ελληνική Δημοκρατία  
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό  
Ίδρυμα Ηπείρου

# Στραγγίσεις (Θεωρία)

Ενότητα 7 : Η σταθερή στράγγιση των  
εδαφών Ι

Δρ. Μενέλαος Θεοχάρης



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



## 5.1 Γενικά

Ένα υδροφόρο στρώμα ονομάζεται ελεύθερο ή φρεατικό ή μη αρτεσιανό όταν η υπόγεια στάθμη του νερού αποτελεί την πάνω επιφάνεια της ζώνης κορεσμού. Με την έννοια αυτή στις στραγγίσεις των εδαφών πρέπει να αντιμετωπίζεται σχεδόν πάντοτε η κίνηση του νερού σε ελεύθερα υδροφόρα στρώματα. Σε αυτή την περίπτωση η υπόγεια στάθμη, η οποία βρίσκεται κάτω από ατμοσφαιρική πίεση, ποικίλλει κατά τη θέση και την κλίση, εξαρτώμενη από τις περιοχές εισροής και εκροής, την άντληση από φρεάτια, τη θέση και την αποχετευτική ικανότητα των στραγγιστικών αγωγών, καθώς και από τη διαπερατότητα του υδροφόρου στρώματος. Στην υπόγεια ροή υπάρχει μία αλληλοεπίδραση μεταξύ του σχήματος της υπόγειας στάθμης και της κατανομής της ροής. Συγκεκριμένα το σχήμα της υπόγειας στάθμης καθορίζει την κατανομή της ροής, αλλά συγχρόνως η κατανομή της ροής διέπει το σχήμα της υπόγειας στάθμης. Γενικά τα προβλήματα της κίνησης του υπόγειου νερού σε ελεύθερα υδροφόρα στρώματα είναι δύσκολα και οι λύσεις τους είναι κατά προσέγγιση ακριβείς.

Για να απλοποιηθεί η μαθηματική ανάλυση και να επιτευχθούν κατά προσέγγιση λύσεις των προβλημάτων της κίνησης του υπόγειου νερού σε ελεύθερα υδροφόρα στρώματα, χρησιμοποιούνται δυο βασικές παραδοχές οι οποίες είναι γνωστές στη βιβλιογραφία σαν παραδοχές (D-F) των Dupuit και Forchheimer και είναι:

- α. Η κλίση του υδραυλικού φορτίου είναι ίση με την κλίση της υπόγειας στάθμης
- β. Η ροή είναι οριζόντια και ομοιόμορφη σε όλα τα σημεία μιας κατακόρυφης διατομής.

Οι παραδοχές αυτές ισχύουν όταν η κλίση της υπόγειας στάθμης είναι μικρή, αλλά είναι εσφαλμένες κοντά σε στραγγιστικές τάφρους, στραγγιστικούς σωλήνες κ.λπ., όπου οι γραμμές ροής είναι αρκετά καμπύλες.

## 5.2 Η κίνηση του νερού προς τάφρο

Έστω η σταθερή ροή του νερού σε ένα ελεύθερο υδροφόρο στρώμα, το οποίο βρίσκεται πάνω σε ένα οριζόντιο αδιαπέρατο υπόστρωμα και περιορίζεται αριστερά και δεξιά από δυο τάφρους, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.1. Το νερό, το οποίο έχει σταθερό βάθος  $h_1$  στην αριστερή τάφρο, διηθείται από την όχθη της και περισυλλέγεται από τη δεξιά τάφρο, στην οποία το ελεύθερο νερό έχει ένα σταθερό βάθος  $h_2$ .

Η παροχή  $q$  στη μονάδα πλάτους σε οποιαδήποτε κατακόρυφη διατομή, όπως προκύπτει από την εξίσωση συνέχειας και το Νόμο του Darcy, λόγω των παραδοχών των Dupuit - Forchheimer (D-F), θα είναι:

$$q = hV = -Kh \frac{dh}{dx} \quad (5.1)$$

όπου  $h$  είναι το ύψος της υπόγειας στάθμης από το αδιαπέρατο υπόστρωμα και  $K$  ο συντελεστής υδραυλικής αγωγιμότητας.

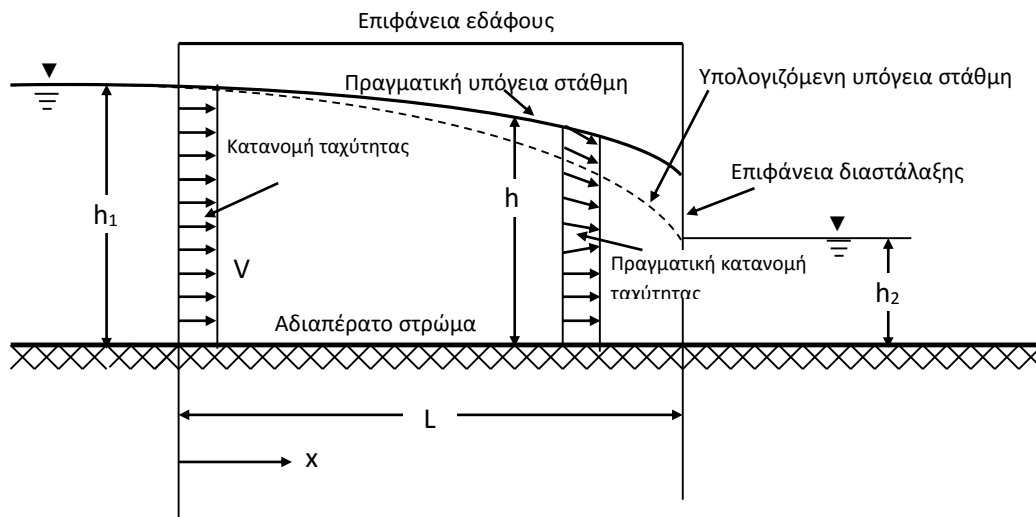
Η εξίσωση (5.1) μετά την εκτέλεση των πράξεων γράφεται:

$$hdh = -\frac{q}{K} dx \quad (5.2)$$

Από την ολοκλήρωση της εξίσωσης (5.2) και αφού ληφθεί υπόψη η αριστερή οριακή συνθήκη, σύμφωνα με την οποία για  $x = 0$  θα είναι  $h = h_1$ , προκύπτει:

$$\int_{h_1}^h h dh = -\frac{q}{K} \int_0^x dx h^2 \Rightarrow h_1^2 - \frac{2q}{K} x \quad (5.3)$$

Η εξίσωση (5.3) δείχνει ότι η υπόγεια στάθμη στην υπό μελέτη ροή είναι παραβολική. Στο σχήμα 5.1 φαίνεται η υπόγεια στάθμη που υπολογίστηκε την από την εξίσωση (5.3.), ενώ η πραγματική υπόγεια στάθμη βρίσκεται πάνω από την υπολογισθείσα και προκαλεί στο τοίχωμα της τάφρου μία επιφάνεια διαστάλαξης.



**Σχήμα 5.1** Σταθερή ροή σε ελεύθερο υδροφόρο στρώμα.

Στο σημείο συνάντησης της επιφάνειας διαστάλαξης και της ελεύθερης στάθμης του νερού στην τάφρο, οι τοπικές ταχύτητες είναι μεγάλες λόγω της σύγκλισης των γραμμών ροής και προκαλείται ισχυρή διάβρωση του χωμάτινου τοιχώματος της τάφρου.

Η ασυμφωνία, η οποία υπάρχει μεταξύ της υπολογισθείσας και της μετρηθείσας υπόγειας στάθμης, οφείλεται στις παραδοχές των D-F. Το αριστερό όριο  $h = h_1$  είναι μία ισοδυναμική γραμμή, διότι το δυναμικό σε ένα υδάτινο στρώμα είναι σταθερό και κατά συνέπεια, η υπόγεια στάθμη πρέπει να είναι οριζόντια στην περιοχή αυτή.

Αλλά από την εξίσωση (5.2) προκύπτει η σχέση:

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_{h=h_1} = -\frac{q}{K \cdot h_1} \quad (5.4)$$

η οποία σημαίνει ότι η υπόγεια στάθμη έχει κάποια κλίση και μάλιστα συνεχώς αυξανόμενη προς τα δεξιά. Το γεγονός ότι η πραγματική υπόγεια στάθμη βρίσκεται πάνω από την υπολογισθείσα, μπορεί να εξηγηθεί από τη δεύτερη παραδοχή των D-F.

Με την παραδοχή αυτή θεωρήθηκε ότι η ροή είναι οριζόντια, ενώ οι πραγματικές ταχύτητες του ίδιου μεγέθους έχουν μία, προς τα κάτω κατακόρυφη συνιστώσα, έτσι ώστε να απαιτείται ένα μεγαλύτερο κορεσμένο βάθος για να δώσει την ίδια παροχή. Επιπλέον στο κατάντη όριο δημιουργείται μία διακοπή της συνέχειας της ροής με αποτέλεσμα το σχηματισμό μιας επιφάνειας διαστάλαξης, η οποία συνδέει εφαιπτομενικά την υπόγεια στάθμη με την ελεύθερη επιφάνεια του νερού μέσα στην τάφρο.

Αν τα άνω όρια ολοκλήρωσης της εξίσωση (5.2), δηλαδή οι κατάντη οριακές συνθήκες, οι οποίες αναφέρονται στη δεξιά τάφρο, ήταν  $h = h_2$  όταν  $x = L$ , η ολοκλήρωση θα έδινε:

$$\frac{h_2^2}{2} - \frac{h_1^2}{2} = -\frac{q \cdot L}{K}$$

από την οποία παίρνουμε:

$$q = \frac{K}{2 \cdot L} (h_1^2 - h_2^2) \quad (5.5)$$

Η εξίσωση (5.5) χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της παροχής στη μονάδα πλάτους, η οποία διηθείται στην τάφρο μέσα από το ελεύθερο υδροφόρο στρώμα. Η εξίσωση (5.5.) είναι ακριβής, ανεξάρτητα από την ύπαρξη της επιφάνειας διαστάλαξης ή τη χρήση των παραδοχών των D-F. Σημειώνεται ότι η απόδειξη αυτή έγινε από τον Αμερικανό Muskat και αργότερα με άλλη μέθοδο από το Ρώσο Charny.

Η παραπάνω ανάλυση της μονοδιάστατης ροής με τη χρησιμοποίηση και των παραδοχών D-F είναι η πιο απλή αλλά και η πιο διαδεδομένη στη διεθνή βιβλιογραφία. Μια πιο λεπτομερής και ακριβέστερη ανάλυση, που δεν χρησιμοποιεί τις παραδοχές D-F, βασίζεται στη δυναμική θεωρία που τελικά καταλήγει στην εξίσωση Laplace, με δύο ή και τρεις διαστάσεις, αλλά με μη γραμμικές οριακές συνθήκες κι έτσι η αναλυτική λύση της είναι στις πιο πολλές πρακτικές περιπτώσεις αδύνατη και στις πολύ απλές περιπτώσεις αρκετά δύσκολη.

## 5.3. Υπολογισμός της ισαποχής των στραγγιστικών αγωγών

### 5.3.1. Στράγγιση ομογενών εδαφών με τάφρους που έχουν πυθμένα πάνω στο αδιαπέρατο υπόστρωμα

Οι συνθήκες της σταθερής ροής κατά τη στράγγιση των εδαφών με κλειστούς ή ανοικτούς αγωγούς συναντιούνται πολύ σπάνια στην πράξη, επειδή απαιτούν συνεχή και σταθερή παροχή από διήθηση του νερού της βροχής ή της άρδευσης και σταθερή αποχέτευση της παροχής αυτής με τους στραγγιστικούς αγωγούς. Πρακτικά σε κάθε τέτοια περίπτωση στράγγισης έχουμε συνθήκες ασταθούς ροής, που γίνονται αισθητές από την άνοδο ή κάθοδο της υπόγειας στάθμης. Γενικά η θέση της υπόγειας στάθμης εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, από τους οποίους οι κυριότεροι είναι:

1. Η παροχή από διήθηση εξαιτίας βροχής ή άρδευσης.
2. Η υδραυλική αγωγιμότητα του εδάφους.
3. Το βάθος και η ισαποχή των στραγγιστικών αγωγών.
4. Το βάθος του αδιαπέρατου υποστρώματος.
5. Η ανομοιογένεια και η ανισοτροπία του εδάφους.
6. Η εξάτμιση και η διαπνοή των φυτών.
7. Η βαθεία διήθηση.

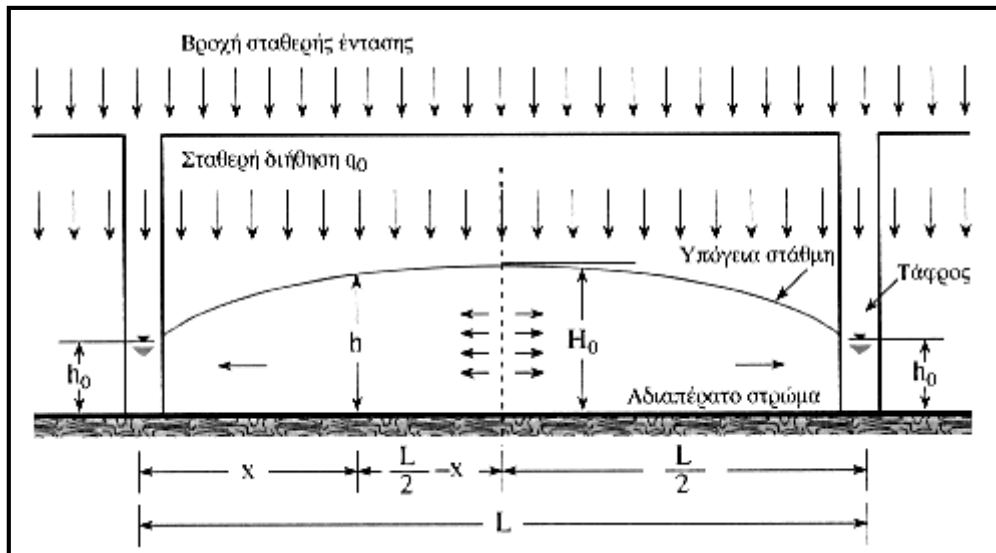
Τόσο ο αριθμός και η φύση των παραπάνω παραγόντων, όσο και οι συνθήκες της ασταθούς ροής κάνουν τα προβλήματα των στραγγίσεων πολύπλοκα και είναι δύσκολη η μαθηματική ανάλυσή τους. Για να απλοποιήσουμε τη μαθηματική ανάλυση και να επιτύχουμε μια κατά προσέγγιση επίλυση των προβλημάτων στραγγίσεων, με την εξαγωγή των διαφόρων τύπων, συνήθως παραλείπουμε ορισμένους από τους παραπάνω παράγοντες και παραδεχόμαστε συνθήκες σταθερής ροής.

Στο σχήμα 5.2 φαίνεται ένα ελεύθερο υδροφόρο στρώμα, που κείται πάνω σε οριζόντιο αδιαπέρατο υπόστρωμα και διασχίζεται από σειρά παράλληλων τάφρων, των οποίων ο πυθμένας βρίσκεται πάνω στο αδιαπέρατο υπόστρωμα.

Παραδεχόμαστε ότι:

1. Το έδαφος είναι ομογενές και ισότροπο με συντελεστή υδραυλικής αγωγιμότητας  $K$ .
2. Η παροχή από διήθηση εξαιτίας βροχής ή άρδευσης είναι σταθερή και ομοιόμορφη και έχει τιμή  $q_0$  ανά μονάδα επιφάνειας της οριζόντιας προβολής.
3. Η ισαποχή μεταξύ των τάφρων είναι  $L$ .
4. Η ροή είναι σταθερή και βραδεία, δηλαδή ισχύει ο νόμος του Darcy.
5. Η υπόγεια στάθμη δεν έχει μεγάλη καμπυλότητα, δηλαδή ισχύουν οι παραδοχές των D-F, και η θέση της με αυτές τις συνθήκες είναι σταθερή με μέγιστο βάθος  $H_0$  και ελάχιστο βάθος  $h_0$ , από το αδιαπέρατο υπόστρωμα.

Είναι φανερό ότι το κατακόρυφο επίπεδο, που διέρχεται από το μέσο της μεταξύ των τάφρων απόστασης είναι ένα διαχωριστικό επίπεδο του νερού. Το νερό που διηθείται δεξιά του επιπέδου αυτού ρέει προς τη δεξιά τάφρο, ενώ το διηθούμενο αριστερά του ρέει προς την αριστερή τάφρο.



Σχήμα 5.2 Σταθερή στράγγιση με παράλληλες τάφρους.

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα κατακόρυφο επίπεδο σε απόσταση  $x$  από την αριστερή τάφρο, όπου το βάθος της υπόγειας στάθμης είναι  $h$ .

Η ανά μονάδα πλάτους παροχή του υπόγειου νερού που διέρχεται από την επιφάνεια  $h$  είναι:

$$Q_x = +Kh \frac{dh}{dx} \quad (5.6)$$

Η παροχή αυτή είναι ίση με την παροχή, που διηθείται κατακόρυφα από την επιφάνεια  $\left(\frac{L}{2} - x\right) \cdot 1$ , δηλαδή έχουμε επίσης τη σχέση :

$$Q_x = q_0 \left(\frac{L}{2} - x\right) \quad (5.7)$$

Από τις εξισώσεις (5.6) και (5.7) παίρνουμε:

$$Kh \frac{dh}{dx} = q_0 \left(\frac{L}{2} - x\right) \Rightarrow h dh = \frac{q_0 L}{2K} dx - \frac{q_0}{K} x dx \quad (5.8)$$

Από την ολοκλήρωση της εξίσωσης (5.8) για τις οριακές συνθήκες ( $x = 0, h = h_0$ ) και ( $x, h$ ) προκύπτει:

$$\frac{h^2}{2} - \frac{h_0^2}{2} = + \frac{q_0}{K} \cdot \frac{L}{2} \cdot x - \frac{q_0}{2 \cdot K} \cdot x^2 \quad (5.9)$$

Και αν τεθεί  $x = \frac{L}{2}$  και  $h = H_0$ , η εξίσωση (5.9) γίνεται:

$$\frac{H_0^2}{2} - \frac{h_0^2}{2} = \frac{q_0 \cdot L^2}{8 \cdot K} \quad (5.10)$$

ή

$$L^2 = \frac{4K}{q_0} (H_0^2 - h_0^2) \quad (5.11)$$

Η εξίσωση (5.11) χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ισαποχής  $L$  μεταξύ των τάφρων όταν είναι γνωστά τα  $K$ ,  $q_0$ ,  $H_0$  και  $h_0$  (ή του  $H_0$  ή της υδραυλικής αγωγιμότητας  $K$  όταν τα υπόλοιπα είναι γνωστά).

Αφαιρώντας την εξίσωση (5.10) από την εξίσωση (5.9) και ανακατατάσσοντας τους όρους παίρνουμε

$$h^2 + \frac{q_0}{K} \left( x^2 - Lx + \frac{L^2}{4} \right) = H_0^2$$

ή

$$\frac{h^2}{H_0^2} + \frac{\left( x - \frac{L}{2} \right)^2}{\frac{KH_0^2}{q_0}} = 1 \quad (5.12)$$

που είναι μια εξίσωση έλλειψης.

### 5.3.2. Στράγγιση ομογενών εδαφών με τους αγωγούς πάνω από το αδιαπέρατο υπόστρωμα, ή διαστρωμένων εδαφών με τους αγωγούς στη διαχωριστική επιφάνεια των στρώσεων

Το πρόβλημα της σταθερής στράγγισης γεωργικών εδαφών είναι εξαιρετικά πολύπλοκο τόσο από μαθηματικής όσο και από φυσικής άποψης.

Με τις παραδοχές της σταθερής και ομοιόμορφης παροχής τροφοδοσίας του υπόγειου νερού με νερό ( βροχής ή άρδευσης ) από την επιφάνεια ενός οριζόντιου επίπεδου εδάφους, το οποίο είναι ομογενές και ισότροπο σε όλο το βάθος του μέχρι το οριζόντιο αδιαπέρατο υπόστρωμα και να αποστραγγίζει με σειρές από παράλληλους στραγγιστικούς αγωγούς μεγάλου μήκους, που βρίσκονται σε σταθερή απόσταση από το αδιαπέρατο υπόστρωμα και λειτουργούν κανονικά, έτσι ώστε το ελεύθερο νερό μέσα τους να είναι μέχρι το κέντρο τους και η ελεύθερη επιφάνεια του υπόγειου νερού να είναι σταθερή κάτω από ατμοσφαιρική πίεση, δικαιολογούμεστε να πούμε ότι η ροή του υπόγειου νερού προς τους στραγγιστικούς αγωγούς είναι δισδιάστατη και συμμετρική.

Πολλοί ερευνητές πέτυχαν ικανοποιητικές κατά προσέγγιση λύσεις αυτού του προβλήματος, με τη χρησιμοποίηση της δυναμικής θεωρίας και ανώτερων μαθηματικών.

**Ο Hooghoudt** (1940) έλυσε το πρόβλημα αυτό χωρίζοντας τη ροή σε δύο περιοχές :

α) στην περιοχή κοντά στο στραγγιστικό σωλήνα και σε απόσταση  $0,5\sqrt{2}D$  από το κέντρο τους όπου θεώρησε ότι η ροή είναι ακτινική και εφάρμοσε τη μέθοδο των ειδώλων και

(β) στην υπόλοιπη περιοχή μέχρι το μεσοδιάστημα  $\left(\frac{L}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}D\right)$ , όπου θεώρησε ότι

ισχύουν οι παραδοχές των D-F και χρησιμοποίησε την εξίσωση έλλειψης (5.12).

Στη συνέχεια συνδύασε αυτές τις εξισώσεις και επέκτεινε την εξίσωση έλλειψης για όλη την περιοχή (εξ. (5.14) ή (5.20)) αντικαθιστώντας το πραγματικό (βάθος D με το ισοδύναμο βάθος d.

**Ο Kirkham** (1958, 1961, 1964) έλυσε το πρόβλημα αυτό για όλη την περιοχή (L/2) χρησιμοποιώντας σειρές Fourier και μια επιπλέον παραδοχή για την περιοχή πάνω από το επίπεδο  $y = D$ . Έτσι και η λύση Kirkham δεν είναι εντελώς ακριβής αλλά έχει καλύτερη προσέγγιση για το μαθηματικό πρόβλημα. Η λύση όμως αυτή με όρους άπειρης σειράς Fourier για πρακτική εφαρμογή είναι πολύ κοπιαστική.

**Ο Dagan** (1964, 1965) έλυσε το πρόβλημα αυτό χωρίζοντας τη ροή σε δύο περιοχές:

α) στην περιοχή κοντά στους στραγγιστικούς σωλήνες και σε απόσταση  $2D$  από το κέντρο τους όπου συνδύασε ζεύγη θετικής και αρνητικής πηγής και χρησιμοποίησε τη μέθοδο υπερτοποθέτησης λόγω της γραμμικοποίησης, και

(β) στην υπόλοιπη περιοχή μέχρι το μεσοδιάστημα  $\left(\frac{L}{2} - 2D\right)$  όπου θεώρησε ότι ισχύουν οι

παραδοχές των D-F, και χρησιμοποίησε την εξίσωση έλλειψης. Στη συνέχεια συνδύασε τις δυο λύσεις αφού απάλειψε τους όρους με  $\left(\frac{q_0}{K}\right)^2$  ως πολύ μικρούς και το αποτέλεσμα ήταν

μια αλγεβρική δευτεροβάθμια εξίσωση με άγνωστη την ισαποχή L. Η λύση Dagan δυστυχώς έτυχε «μη καλόπιστης» κριτικής από την ομάδα των Ολλανδών και «μη ενθάρρυνσης» από του Kirkham, ίσως εξαιτίας ορισμένων τυπογραφικών λαθών και δεν έγινε αποδεκτή από την διεθνή ακαδημαϊκή κοινότητα.

**Ο Τερζίδης** (1975, 1986), συγκρίνοντας τις διάφορες εξισώσεις υπολογισμού της ισαποχής των στραγγιστικών αγωγών, διαπίστωσε ότι η μέθοδος Dagan, όπως παρουσιάστηκε από τον Wessling (1973) δεν έδινε ικανοποιητικά αποτελέσματα αν και η θεωρητική ανάλυσή της έδειχνε ότι δεν έπρεπε να διαφέρει κατά πολύ από τα αποτελέσματα της μεθόδου του Kirkham (1958, 1961). Επειδή δε η θεωρητική βάση της μεθόδου Dagan ήταν ένας συνδυασμός των μεθόδων Hooghoudt και Kirkham και διέφερε από τη μέθοδο Hooghoudt ως προς τον τρόπο επίλυσης της καμπυλόγραμμης ροής και την απόσταση από το

στραγγιστικό αγωγό ο Hooghoudt πήρε  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}D = 0,707D$  ενώ ο Dagan πήρε μεγαλύτερη

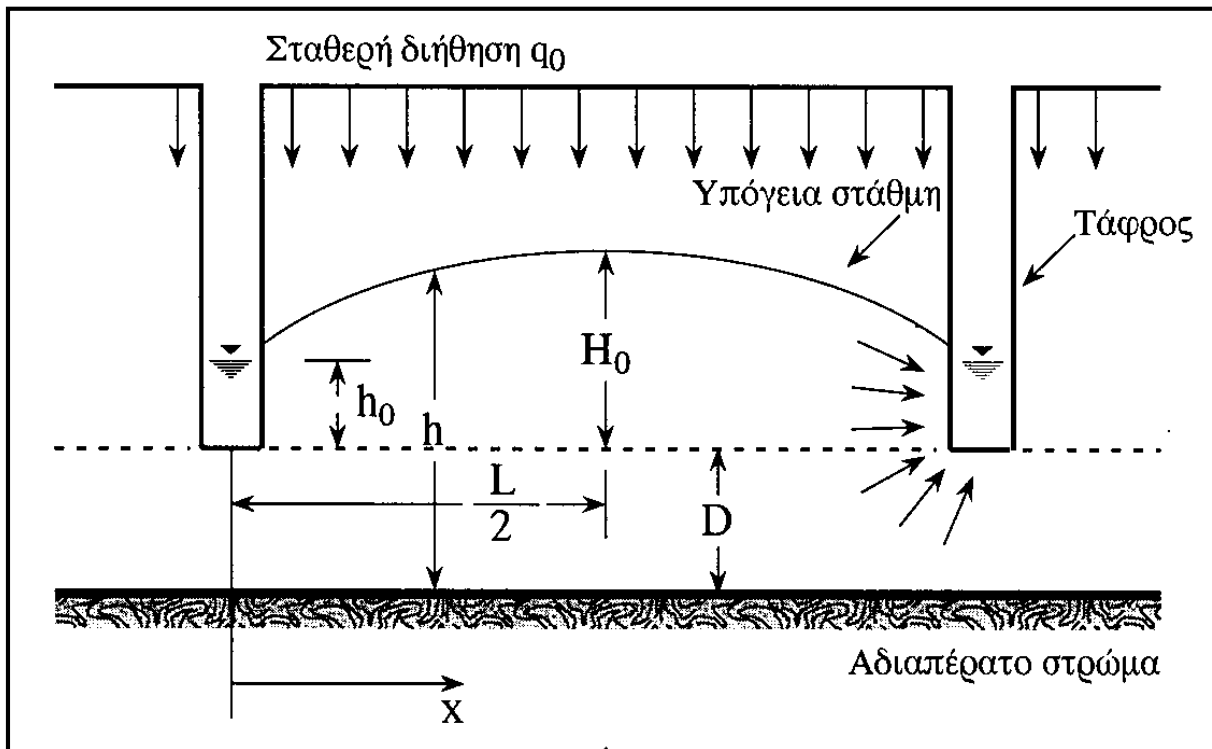
απόσταση  $x = 2D$ ) έπρεπε τα αποτελέσματα της μεθόδου Dagan να βρίσκονται ανάμεσα στις δύο μεθόδους. Σε μια από τις προσπάθειές του να εξηγήσει τα αίτια των διαφορών μεταξύ των τριών αυτών μεθόδων, ο Τερζίδης επανυπολόγησε από την αρχή όλες τις παραμέτρους με την ίδια μεθοδολογία που χρησιμοποίησε ο Dagan αλλά με περιοχή γραμμικοποίησης την απόσταση  $x = 2\sqrt{2}D$ .



### 5.3.2.1 Η Μέθοδος του Hooghoudt

#### 5.3.2.1.1 Ομογενή εδάφη

Ο Hooghoudt παραδέχεται ότι η ροή του υπόγειου νερού μακριά από την τάφρο ή το στραγγιστικό σωλήνα ακολουθεί τη θεωρία των D-F, ενώ κοντά στην τάφρο η ροή είναι ακτινοειδής. Τις επιδράσεις της ακτινοειδούς ροής και των παραδοχών των D-F τις παρουσιάζει τελικά με τη μορφή σχεδιαγραμμάτων και νομογραφημάτων σε διορθώσεις των τύπων που βγήκαν με τις παραδοχές των D-F.



**Σχήμα 5.3** Τάφρος με πυθμένα από το αδιαπέρατο υπόστρωμα.

Ο Hooghoudt παραδέχεται ότι η ροή του υπόγειου νερού μακριά από την τάφρο ή το στραγγιστικό σωλήνα ακολουθεί τη θεωρία των D-F, ενώ κοντά στην τάφρο η ροή είναι ακτινοειδής. Τις επιδράσεις της ακτινοειδούς ροής και των παραδοχών των D-F τις παρουσιάζει τελικά με τη μορφή σχεδιαγραμμάτων και νομογραφημάτων σε διορθώσεις των τύπων που βγήκαν με τις παραδοχές των D-F.

Η μαθηματική ανάλυση, με τις παραδοχές των D-F σε ολόκληρη την περιοχή κίνησης του υπόγειου νερού, είναι ακριβώς η ίδια με την περίπτωση στράγγισης ομογενών εδαφών με τάφρους που έχουν πυθμένα πάνω στο αδιαπέρατο υπόστρωμα με τη διαφορά ότι η ολοκλήρωση της εξίσωσης (5.8) πρέπει να γίνει μεταξύ των οριακών συνθηκών

$(x = 0, h = D + h_0)$  και  $(x = \frac{L}{2}, h = D + H_0)$ , δηλαδή :

$$\int_{D+h_0}^{D+H_0} h \cdot dh = \frac{q_0 \cdot L}{2 \cdot K} \cdot \int_0^{L/2} dx - \frac{q_0}{K} \cdot \int_0^{L/2} x \cdot dx$$

και μετά την ολοκλήρωση

$$\frac{(D + H_0)^2}{2} - \frac{(D + h_0)^2}{2} = \frac{q_0 \cdot L^2}{4 \cdot K} - \frac{q_0 \cdot L^2}{8 \cdot K} = \frac{q_0 \cdot L^2}{8 \cdot K}$$

Επιλύοντας την παραπάνω εξίσωση προς  $L^2$  παίρνουμε

$$L^2 = \frac{4 \cdot K}{q_0} \cdot [H_0^2 - h_0^2 + 2 \cdot D \cdot (H_0 - h_0)] \quad (5.13)$$

Όταν ο πυθμένας της τάφρου βρίσκεται πάνω στο αδιαπέρατο υπόστρωμα, δηλαδή όταν  $D = 0$ , η εξίσωση (5.13) γίνεται ακριβώς ίδια με την εξίσωση (5.11).

Όταν το βάθος του νερού στην τάφρο είναι πολύ μικρό, δηλαδή  $h_0 \approx 0$ , η εξίσωση (5.13) γίνεται:

$$L^2 = \frac{4 \cdot K \cdot H_0}{q_0} \cdot (H_0 + 2 \cdot D) \quad (5.14)$$

Η εξίσωση (5.14) έχει χρησιμοποιηθεί συχνά για μελέτες στραγγιστικών δικτύων με σωλήνες στην Ολλανδία (Van Someren), Αυστραλία (Maasland, 1956) και Η.Π.Α (Donnan, Aronovici, Blaney, 1947). Οι εξισώσεις (5.13) και (5.14) αν χρησιμοποιηθούν με το πραγματικό βάθος  $D$  εισάγουν σημαντικά σφάλματα λόγω των παραδοχών D-F. Αν όμως στη θέση του πραγματικού βάθους  $D$  χρησιμοποιηθεί ένα μικρότερο βάθος, που λέγεται ισοδύναμο βάθος  $d$  τότε παίρνονται από διαγράμματα ή από τις εξισώσεις (5.21.) ή (5.23), τα σφάλματα διορθώνονται.

### 5.3.2.1.2 Διαστρωμένα εδάφη

Στην περίπτωση που το έδαφος αποτελείται από δύο ή περισσότερες διαπερατές στρώσεις διαφορετικής υδραυλικής αγωγιμότητας που βρίσκονται πάνω σε αδιαπέρατο υπόστρωμα, είναι δυνατό να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο του Hooghoudt να πάρουμε τον τύπο της ισαποχής των στραγγιστικών αγωγών.

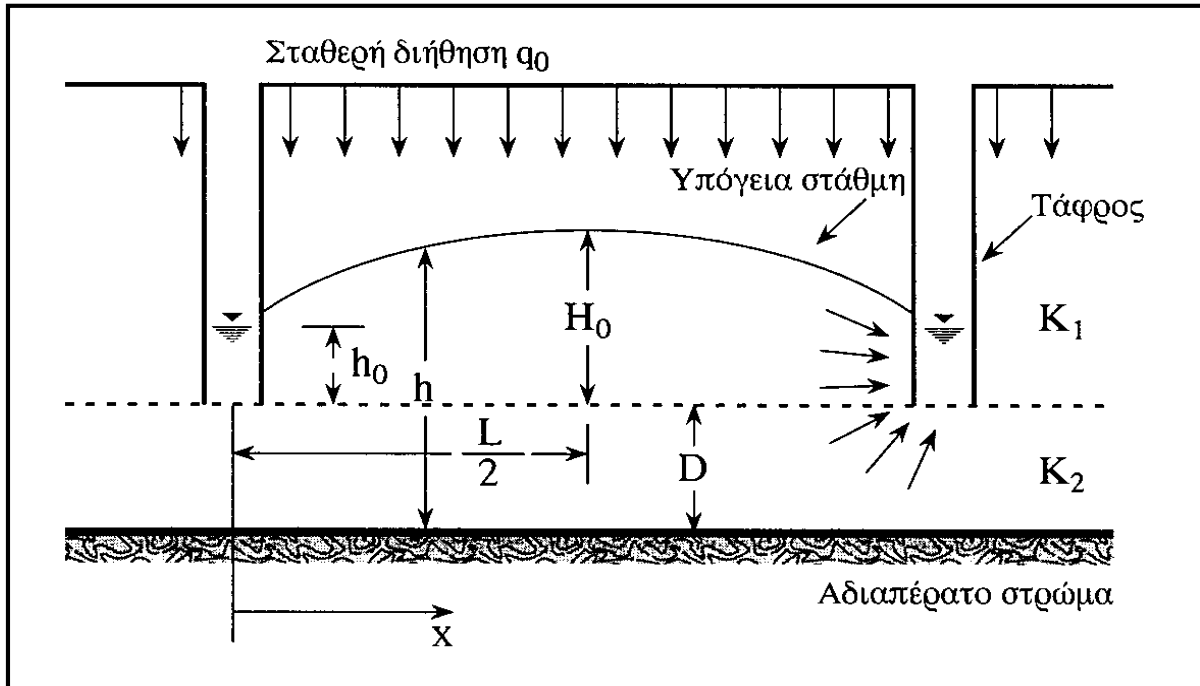
Ας υποθέσουμε ότι το έδαφος αποτελείται από δύο διαπερατές στρώσεις με συντελεστές υδραυλικής αγωγιμότητας  $K_1$  και  $K_2$  αντίστοιχα και ότι η τάφρος βρίσκεται μέσα στην πρώτη στρώση μόνο, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.4, και ο πυθμένας της βρίσκεται στη διαχωριστική επιφάνεια των στρώσεων.

Η παροχή που διηθείται κατακόρυφα από την επιφάνεια  $\left(\frac{L}{2} - x\right)$  είναι:

$$Q_x = q_0 \cdot \left(\frac{L}{2} - x\right) \quad (5.15.)$$

Η ανά μονάδα πλάτους παροχή του υπόγειου νερού, που διέρχεται από την κατακόρυφη επιφάνεια  $[(h - D) + D] \cdot 1 = h \cdot 1$  είναι :

$$Q_x = Q_1 + Q_2 = K_1 (h - D) \frac{dh}{dx} + K_2 D \frac{dh}{dx} \quad (5.16)$$



**Σχήμα 5.4** Τάφρος σε έδαφος με διαστρώσεις.

Από τις εξισώσεις (5.15.) και (5.16) προκύπτει:

$$K_1 (h - D) \frac{dh}{dx} + K_2 D \frac{dh}{dx} = q_0 \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

ή

$$K_1 h dh - K_1 D dh + K_2 D dh = q_0 \frac{L}{2} dx - q_0 x dx \quad (5.17)$$

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση (5.17) για τις οριακές συνθήκες  $(x = 0, h = D + h_0)$  και

$(x = \frac{L}{2}, h = D + H_0)$ , παίρνουμε:

$$K_1 \int_{D+h_0}^{D+H_0} h dh - K_1 D \int_{D+h_0}^{D+H_0} dh + K_2 D \int_{D+h_0}^{D+H_0} dh = q_0 \frac{L}{2} \int_0^{L/2} dx - q_0 \int_0^{L/2} x dx \Rightarrow$$

$$\frac{K_1}{2} (h^2)_{D+h_0}^{D+H_0} - K_1 (h)_{D+h_0}^{D+H_0} + K_2 D (h)_{D+h_0}^{D+H_0} = \frac{q_0 L}{2} (x)_0^{L/2} - \frac{q_0}{2} (x^2)_0^{L/2} \Rightarrow$$

$$\frac{K_1}{2} [(D + H_0)^2 - (D + h_0)^2] - K_1 D (H_0 - h_0) + K_2 D (H_0 - h_0) = \frac{q_0 L^2}{4} - \frac{q_0 L^2}{8}$$

και μετά τις αλγεβρικές πράξεις προκύπτει:

$$\frac{K_1}{2} [D_2 + 2DH_0 + H_0^2 - D^2 - 2Dh_0 - h_0^2] - K_1DH_0 + K_1Dh_0 + K_2DH_0 - K_2Dh_0 = q_0 \left( \frac{2L^2}{8} - \frac{L^2}{8} \right)$$

ήτοι τελικά:

$$\frac{K_1}{2} (H_0^2 - h_0^2) + K_2D(H_0 - h_0) = q_0 \frac{L^2}{8} \quad (5.18)$$

Αν η εξίσωση (5.18) λυθεί ως προς  $L^2$  προκύπτει:

$$L^2 = \frac{4K_1}{q_0} (H_0^2 - h_0^2) + \frac{8K_2D}{q_0} (H_0 - h_0) \quad (5.19)$$

Η σχέση (5.19) ισχύει μόνο για τάφρους με νερό βάθους  $h_0$ .

Για την περίπτωση ομογενούς ισότροπου εδάφους έχουμε  $K_1 = K_2 = K$  και η εξίσωση (5.19) γίνεται ίδια με την εξίσωση (5.13).

Όταν το βάθος του νερού της τάφρου είναι πολύ μικρό, δηλαδή  $h_0 \approx 0$ , η εξίσωση (5.19) γίνεται:

$$L^2 = \frac{4K_1H_0^2}{q_0} + \frac{8K_2DH_0}{q_0} \quad (5.20)$$

Η σχέση (5.20) ισχύει για τάφρους με νερό βάθους  $h_0 \approx 0$  και για στραγγιστικούς σωλήνες.

Όταν  $K_1 = K_2 = K$  η εξίσωση (5.20) γίνεται:

$$L^2 = \frac{4KH_0}{q_0} (H_0 + 2D) \quad (5.14)$$

η οποία είναι η εξίσωση

Ο προσδιορισμός του αδιαπέρατου υποστρώματος στον αγρό είναι δύσκολος. Εντελώς αδιαπέρατο στρώμα δεν υπάρχει και γεννιέται το ερώτημα : Πόσο αδιαπέρατο πρέπει να είναι ένα στρώμα για να χαρακτηριστεί αδιαπέρατο υπόστρωμα;

Αν το υπόστρωμα έχει συντελεστή υδραυλικής αγωγιμότητα ίσον με το 1/10 του υπερκείμενου στρώματος, μπορεί να χαρακτηριστεί σαν αδιαπέρατο υπόστρωμα ( Luthin , 1996). Αυτό δεν σημαίνει ότι το υπόγειο νερό δεν διαπερνά το λεγόμενο αδιαπέρατο στρώμα και χάνεται σε βαθιά διήθηση αλλά ότι η ποσότητα της απώλειας από βαθιά διήθηση είναι μικρή και δεν επηρεάζει την ανάλυση, επειδή συνυπολογίζεται στην τιμή της διήθησης  $q_0$ .

Η παραδοχή ότι η κάτω στρώση με  $K_2 = 0,1 K_1$  αποτελεί αδιαπέρατο στρώμα, χωρίς συνυπολογισμό της βαθιάς διήθησης στην τιμή της  $q_0$ , εισάγει σημαντικό σφάλμα στον υπολογισμό της ισαποχής όπως απέδειξαν οι Toksöz και Kirkham (1971).

Η πραγματική τιμή του  $q_0$  είναι αυτή που προστίθεται στο υπόγειο νερό και μεταβάλλει τη θέση της υπόγειας στάθμης. Κατά συνέπεια πρέπει να υπολογίζεται από τη βροχόπτωση αν αφαιρεθούν οι απώλειες εξαιτίας εξάτμισης, διαπνοής, συγκράτησης, απορροής στην επιφάνεια του εδάφους και βαθειάς διήθησης. Είναι όμως ενδεχόμενο το κάτω από το αδιαπέρατο υπόστρωμα υδροφόρο στρώμα να βρίσκεται υπό αρτεσιανή πίεση ικανή να προκαλέσει κίνηση του νερού προς τα πάνω και να έχουμε προσθήκη από βαθειά διήθηση αντί για απώλεια.

Στην περίπτωση που οι στραγγιστικοί αγωγοί βρίσκονται στην πάνω διάστρωση με συντελεστή υδραυλικής αγωγιμότητας  $K_1$  και απέχουν από την διαχωριστική επιφάνεια των δύο διαστρώσεων απόσταση  $a$ , η εξίσωση (5.20) παίρνει τη γενικότερη μορφή:

$$L^2 = \frac{4K_1 H_0^2}{q_0} + \frac{8\bar{K}_2 D H_0}{q_0} \quad (5.20\alpha)$$

όπου  $\bar{K}_2$  είναι η μέση οριζόντια υδραυλική αγωγιμότητα που δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{K}_2 = \frac{aK_1 + bK_2}{a + b} = \frac{aK_1 + bK_2}{D} = \frac{K_2 \left( a \frac{K_1}{K_2} + b \right)}{D} = \frac{K_1(\alpha a + b)}{\alpha D} \quad (5.20\beta)$$

και  $b$  είναι το πάχος της κάτω διάστρωσης με συντελεστή υδραυλικής αγωγιμότητας  $K_2$  και  $\alpha = \frac{K_1}{K_2}$ .

Η εξίσωση (5.20α) είναι προσεγγιστική και δεν δίνει τόσο ακριβή αποτελέσματα όσο οι άλλες μέθοδοι (Kirkham, Ernst και Τερζίδη).

Στις εξισώσεις (5.19), (5.20) και (5.20α) στη θέση του πραγματικού βάθους  $D$  πρέπει να χρησιμοποιείται το ισοδύναμο βάθος  $d$  για τη διόρθωση των σφαλμάτων που εισάγονται από τις παραδοχές των D-F.

### 5.3.2.1.3 Διόρθωση του σφάλματος εξαιτίας της σύγκλισης των γραμμών ροής

Οι εξισώσεις (5.13), (5.14), (5.19) και (5.20), που εκφράζουν την ισαποχή μεταξύ των στραγγιστικών αγωγών όταν το αδιαπέραστο υπόστρωμα βρίσκεται σε πεπερασμένο βάθος, έχουν βασισθεί στις παραδοχές των D-F και δεν λαμβάνουν υπόψη τη σύγκλιση των γραμμών ροής, αφού η ροή σ' αυτή την περίπτωση είναι δισδιάστατη, στις περιοχές κοντά στους αγωγούς. Κατά συνέπεια αν χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις αυτές όπως είναι, η υπολογιζόμενη ισαποχή  $L$ , θα είναι μεγαλύτερη από την πραγματική.

Το σφάλμα αυτό, που υπεισέρχεται εξαιτίας της σύγκλισης των γραμμών ροής, μπορεί να διορθωθεί με αντικατάσταση σ' αυτές τις εξισώσεις του πραγματικού βάθους  $D$  με ένα μικρότερο βάθος  $d$ , το οποίο στο εξής θα ονομάζεται **ισοδύναμο βάθος**. Την έννοια του ισοδύναμου βάθους εισήγαγε ο Hooghoudt το έτος 1940, βασιζόμενος στην ακτινοειδή ροή, που υπέθεσε ότι λαμβάνει χώρα σε απόσταση περίπου  $0,7D$  από ένα στραγγιστικό σωλήνα. Τα συμπεράσματά του εμφάνισε με μορφή εξισώσεων, πινάκων και σχεδιαγραμμάτων, των οποίων όμως η χρησιμοποίηση είναι αρκετά δύσκολη. Οι W. T. Moody (1966), Γ. Α. Τερζίδης (1968, 86) και Σακκάς-Αντωνόπουλος (1981) χρησιμοποίησαν απλούστερες και

κατά προσέγγιση εξισώσεις για τη διόρθωση του σφάλματος σύγκλισης για προβλήματα σταθερής και ασταθούς ροής σε στραγγιστικούς σωλήνες και γενικότερα σε στραγγιστικούς αγωγούς.

Οι καλύτερες προσεγγιστικές εξισώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για τη σταθερή ροή σε στραγγιστικούς σωλήνες είναι οι παρακάτω με τον ακόλουθο τρόπο: (Τερζίδης 1997):

α) Για τις περιπτώσεις που έχουμε  $0 \leq \frac{D}{L} \leq 0,30$ , το ισοδύναμο βάθος  $d$  δίνεται από την εξίσωση:

$$\frac{d}{D} = \left[ 1 + \frac{D}{L} \left( 5,86 \log \left( \frac{D}{r_0} \right) - f \right) \right]^{-1} \quad (5.21)$$

ή

$$\frac{d}{D} = \left[ 1 + \frac{D}{L} \left( \frac{8}{\pi} \ln \left( \frac{D}{r_0} \right) - f \right) \right]^{-1} \quad (5.21\alpha)$$

όπου το  $r_0$  είναι η ακτίνα του σωλήνα,  $D$  είναι το βάθος από το κέντρο των σωλήνων μέχρι το αδιαπέρατο στρώμα και  $f$  είναι μια συνάρτηση του  $D/L$ , που δίνεται από την εξίσωση:

$$f = 3,55 - 1,6 \left( \frac{D}{L} \right) + 2 \left( \frac{D}{L} \right)^2 \quad (5.22)$$

Οι εξισώσεις (5.21) και (5.22) μπορούν να συνδυασθούν και να γραφούν με την παρακάτω μορφή:

$$\frac{L}{d} = \frac{8}{\pi} \ln \frac{D}{r_0} + \frac{L}{D} + 1,6 \frac{D}{L} - 2 \left( \frac{D}{L} \right)^2 - 3,55 \quad (5.23)$$

β) Για τις περιπτώσεις που έχουμε:  $0,217 \leq \frac{D}{L} \leq 0,50$ , το ισοδύναμο βάθος  $d$  δίνεται από την εξίσωση :

$$\frac{L}{d} = \frac{8}{\pi} \ln \frac{D}{r_0} + 0,5223 \left( \ln \frac{D}{L} \right)^2 + 1,7429 \left( \frac{L}{D} \right) - 2,5854 \quad (5.24)$$

γ) Για τις τιμές  $\frac{D}{L} \geq 0,50$ , το ισοδύναμο βάθος δίνεται από την εξίσωση :

$$\frac{L}{d} = \frac{8}{\pi} \ln \left( \frac{L}{\pi r_0} \right) = \frac{8}{\pi} \ln \left( \frac{D}{r_0} \right) + \frac{8}{\pi} \ln \left( \frac{L}{D} \right) - 2,915 \quad (5.25)$$

Οι τιμές του ισοδύναμου βάθους  $d$ , που υπολογίζονται από τις παραπάνω εξισώσεις εξαρτώνται από την ακτίνα  $r_0$  του στραγγιστικού σωλήνα, που είναι γνωστή από τα δεδομένα του προβλήματος, και από την ισαποχή  $L$ , που είναι άγνωστη ακόμη. Οι τιμές αυτές του  $d$  χρησιμοποιούνται στην εξίσωση Hooghoudt με τη μορφή:

$$L^2 = \frac{4 \cdot K_1 \cdot H_0^2}{q_0} + \frac{8 \cdot K_2 \cdot H_0 \cdot d}{q_0} \quad (5.26)$$

ή την αδιάστατη μορφή :

$$\left(\frac{L}{D}\right)^2 = \frac{4 \cdot K_1 \cdot H_0^2}{q_0 \cdot D^2} + \frac{8 \cdot K_2 \cdot H_0 \cdot d}{q_0 \cdot D^2} \quad (5.26a)$$

Επειδή το ισοδύναμο βάθος  $d$  είναι πεπλεγμένη συνάρτηση της ισαποχής  $L$ , χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των επαναλήψεων ξεκινώντας από μια αρχική "λογική" εκτίμηση της ισαποχής  $L_0$ .

Ως πρώτη εκτίμηση της τιμής του  $L_0$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί αυτή που θα προκύψει από την εξίσωση  $L_0^2 = \frac{4 \cdot K_1 \cdot H_0^2}{q_0} + \frac{8 \cdot K_2 \cdot H_0 \cdot d_0}{q_0}$  με  $d_0 = D$  ή λίγο μικρότερη.

Από την τιμή του πηλίκου  $\frac{L_0}{D}$  ή  $\frac{D}{L_0}$  επιλέγεται η κατάλληλη προσεγγιστική εξίσωση

από τις (5.23) έως (5.25) και υπολογίζεται νέα τιμή του  $d_1$ . Η νέα αυτή τιμή  $d_1$  χρησιμοποιείται στην εξίσωση (5.26) και υπολογίζεται νέα τιμή του  $L_1$ . Ελέγχεται το πηλίκο  $\frac{L_1}{D}$  ή  $\frac{D}{L_1}$  και επιλέγεται η κατάλληλη προσεγγιστική εξίσωση (5.23) έως (5.25) για να

υπολογισθεί νέα τιμή  $d_2$  και στη συνέχεια η νέα τιμή  $L_2$ . Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου η νέα τιμή  $L_v$  να μη διαφέρει από την προηγούμενη  $L_{v-1}$  κατά το δεύτερο δεκαδικό ψηφίο. Συνήθως απαιτούνται 4 έως 7 επαναλήψεις ανάλογα με την αρχική λογική τιμή  $L_0$ , που χρησιμοποιήθηκε.

Οι τιμές του ισοδύναμου βάθους  $d$  που υπολογίζονται με τις εξισώσεις (5.23) έως (5.25) είναι ακριβείς με σφάλμα μικρότερο του  $\pm 1\%$  σε σύγκριση με τις τιμές που θα έπαιρνε κανείς χρησιμοποιώντας τις πολύπλοκες σειρές με άπειρους όρους, που παρουσίασε ο Hooghoudt το 1940 ή άλλοι ερευνητές αργότερα.

Οι προσεγγιστικές εξισώσεις (5.23) έως (5.25) όπως είναι, ισχύουν για στραγγιστικούς σωλήνες αποτελεσματικής ακτίνας  $r_0$ . Αυτό σημαίνει ότι στις περιπτώσεις που χρησιμοποιείται φίλτρο γύρω από τον στραγγιστικό σωλήνα η ακτίνα αυτή περιλαμβάνει και το πάχος του φίλτρου.

Οι εξισώσεις αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για ανοικτούς στραγγιστικούς αγωγούς (τάφρους) ή στραγγιστικούς οχετούς με χαλίκια, αν αντικατασταθεί η ακτίνα  $r_0$  με  $2R_v$ , όπου  $R_v =$  υδραυλική ακτίνα, γιατί :

$$R_v = \frac{\text{υγρή διατομή}}{\text{βρεχόμενη περίμετρος}} = \frac{\pi \cdot r_0^2}{2 \cdot \pi \cdot r_0} = \frac{r_0}{2} \quad \text{και} \quad r_0 = 2 \cdot R_v \quad (5.27)$$

μοντέλου, αποδεικνύεται ότι η υδραυλική αγωγιμότητα μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$\mathbf{K} = \mathbf{k} \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{v}}.$$

Η γεωμετρική ή εσωτερική διαπερατότητα του πορώδους μέσου  $k [L^2]$  εξαρτιέται από τις ιδιότητες του στερεού μητρώου, δηλαδή την κατανομή των πόρων, την μορφή των πόρων, την ειδική επιφάνεια, τη στρεβλότητα της διαδρομής (tortuosity) και το πορώδες.

Επίσης διαπιστώνεται ότι η υδραυλική αγωγιμότητα είναι συνάρτηση της εσωτερικής διαπερατότητας του πορώδους μέσου, των ιδιοτήτων του ρευστού που ρέει (πυκνότητα, δυναμική συνεκτικότητα) και της έντασης του πεδίου βαρύτητας.



# Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. Μενέλαος Θεοχάρης, “ Στραγγίσεις”, Τ.Ε.Ι. Ηπείρου, Άρτα, 2012.
2. Μενέλαος Θεοχάρης, “Ασκήσεις Στραγγίσεων”, Τ.Ε.Ι. Ηπείρου, Άρτα, 2012.
3. Θεοχάρης Μ.: " Στραγγίσεις " , Άρτα 204
4. Θεοχάρης Μ.: " Ασκήσεις Στραγγίσεων " , Άρτα 2005
5. Θεοχάρης Μ.: " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις " , Άρτα 1998
6. Θεοχάρης Μ.: " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις, Εργαστηριακές Ασκήσεις", Άρτα 1998
7. Daugerty - Franzini : "Υδραυλική" Τόμοι I , II, Εκδόσεις Πλαίσιο , Αθήνα.
8. Davis- Sorensen : " Handbook of applied Hydraulics" Third edition McGraw-Hill Book Company, 1969.
9. Hansen V. - Israelsen : "Αρδεύσεις. Βασικοί Αρχαί και Μέθοδοι . Μετάφραση από τους Α. Νικολαΐδη και Α. Κοκκινίδη ", Αθήνα 1961.
- 10.Καρακατσούλης Π. : " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις και Προστασία των Εδαφών ", Αθήνα 1993.
- 11.Τερζίδης Γ. - Καραμούζης Δ. : "Υδραυλική Υπόγειων Νερών ", Εκδόσεις Ζήτη , Θεσσαλονίκη 1985.
- 12.Τερζίδης Γ. - Καραμούζης Δ. : "Στραγγίσεις Γεωργικών Εδαφών " Εκδόσεις Ζήτη , Θεσσαλονίκη 1986.
- 13.Τερζίδης Γ. : "Μαθήματα Υδραυλικής" , Τόμοι I ,II , III, Θεσσαλονίκη 1986.
- 14.Τερζίδης Γ. - Παπαζαφειρίου Ζ. : "Γεωργική Υδραυλική ", Εκδόσεις Ζήτη , Θεσσαλονίκη 1997.
- 15.Τζιμόπουλος Χ. : " Στραγγίσεις - Υδραυλική Φρεάτων ", Θεσσ/νίκη 1983.
16. Χαλκιάς Ν. : "Στραγγίσεις γαιών ", Αθήνα 1972.

# Σημείωμα Αναφοράς

Θεοχάρης Μενέλαος, (2015). Στραγγίσεις (Θεωρία). ΤΕΙ Ηπείρου.  
Διαθέσιμο από:

<http://eclass.teiep.gr/courses/TEXG107/>

# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 Διεθνές [1] ή μεταγενέστερη. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, Διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.el>



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Επεξεργασία: Δημήτριος Κατέρης

Άρτα, 2015



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης