



Ελληνική Δημοκρατία
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό
Ίδρυμα Ηπείρου

Αρδεύσεις (Εργαστήριο)

Ενότητα 7 : Κλειστοί Αγωγοί Ι
Δρ. Μενέλαος Θεοχάρης



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Ροή σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση

5.1. Γενικά

Η ροή των πραγματικών ρευστών είναι πιο πολύπλοκη από τη ροή των ιδανικών ή τέλειων ρευστών, εξαιτίας των φαινομένων, που προκαλούνται από την ύπαρξη του ιξώδους (Viscosity). Το ιξώδες προκαλεί διατμητικές τάσεις ή δυνάμεις τριβής μεταξύ των μορίων ενός ρευστού και μεταξύ των μορίων του ρευστού και των τοιχωμάτων των αγωγών, μέσα στους οποίους κινείται το ρευστό, με τελικό αποτέλεσμα να δημιουργείται αντίσταση προς την κίνηση. Για να υπάρξει ροή ενός πραγματικού ρευστού, πρέπει να εκτελεσθεί έργο για την υπερνίκηση αυτών των δυνάμεων αντιστάσεως και κατά τη διαδικασία αυτή ή μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα. Επίσης εξαιτίας του ιξώδους προκαλούνται τα φαινόμενα της οριακής στιβάδας, της αποκολλήσεως της, των δευτερευουσών κινήσεων και της ανομοιόμορφης κατανομής των ταχυτήτων.

Οι επιδράσεις του ιξώδους αναγκάζουν ένα πραγματικό ρευστό να ρέει κάτω από δύο διαφορετικές καταστάσεις την κατάσταση της στρωτής ροής (laminar flow) και την κατάσταση της τυρβώδους ροής (turbulent flow).

Στη στρωτή ροή τα ρευστά μόρια κινούνται σε γραμμές ή στρώσεις παράλληλες μεταξύ τους και δεν υπάρχει μηχανική ανάμιξη των μορίων.

Κατά την τυρβώδη ροή τα μόρια του ρευστού παράλληλα με την κίνηση τους προς την κύρια διεύθυνση της ροής κινούνται τυχαία και προς όλες τις διευθύνσεις. Η μπλεγμένη αυτή μορφή του τυρβώδους επηρεάζει πολλές ιδιότητες του ρευστού που διαφέρουν σημαντικά μεταξύ των στρωτών και τυρβωδών ροών. Έτσι οι τυρβώδεις ροές μεταφέρουν πολύ μεγαλύτερη ποσότητα κινήσεως και επομένως σε πολλές περιπτώσεις ασκούν πολύ μεγαλύτερες δυνάμεις στα στερεά σώματα, που είναι σε επαφή με το ρευστό. Επίσης οι τυρβώδεις ροές έχουν πολύ μεγαλύτερη ικανότητα να μεταφέρουν θερμότητα και ευδιάλυτα και αδιάλυτα στο ρευστό συστατικά.

Τα φυσικά χαρακτηριστικά των δύο αυτών καταστάσεων ροής μελετήθηκαν αρχικά το έτος 1883 από τον *O. Reynolds* ο οποίος απέδειξε ότι το κριτήριο που καθορίζει τις παραπάνω καταστάσεις ροής είναι η τιμή της αδιάστατης ποσότητας:

$$R_e = \frac{VD}{\nu} \quad (1)$$

όπου V είναι η μέση ταχύτητα ροής, D είναι η εσωτερική διάμετρος του αγωγού και ν ο συντελεστής του κινηματικού ιξώδους του ρεόντος ρευστού. Αργότερα η ποσότητα αυτή ονομάστηκε αριθμός του Reynolds.

Η **στρωτή ροή** εμφανίζεται όταν οι τιμές του R_e είναι μικρότερες του 2320.

Η **τυρβώδης ροή** εμφανίζεται όταν οι τιμές του R_e είναι μεγαλύτερες από 4000 έως 6000.

Η ασταθής ενδιάμεση κατάσταση μεταξύ στρωτής και τυρβώδους ροής, ονομάζεται **μεταβατική κατάσταση**, είναι δυνατό να εμφανισθεί για αριθμούς Reynolds από 2320 ως 6000.

Η μεγάλη πλειονότητα των ροών που συναντώνται στη φύση είναι τυρβώδεις ενώ οι στρωτές ροές που μελετώνται κυρίως στη μηχανική των ρευστών είναι μάλλον σπάνιες εξαιρέσεις. Για το λόγο αυτό ένας μεγάλος αριθμός επιστημόνων έχει απασχοληθεί με την τυρβώδη ροή κυριότεροι από τους οποίους είναι οι Chezy , Hazen και Williams, Scobey, Darcy και Weisbach, Kutter, Bazin, Scimeni – Veronese και Manning – Strickler.

5.2. Οι απώλειες φορτίου

5.2.1. Οι γραμμικές υδραυλικές απώλειες

Οι χρησιμοποιούμενοι τύποι υπολογισμού απωλειών για αγωγούς υπό πίεση έχουν συνήθως τη γενική μορφή :

$$V = CR^x J^y \quad (2)$$

όπου V είναι η μέση ταχύτητα ροής, C είναι συντελεστής απωλειών, $R = \frac{D}{4}$ είναι η υδραυλική ακτίνα, $J = \frac{h_f}{L}$ είναι η κλίση της γραμμής ενεργείας και x, y , αριθμητικοί εκθέτες.

Στον πίνακα 5.1. δίδονται οι τιμές των C , x και y για τους συνηθέστερα χρησιμοποιούμενους τύπους υπολογισμού υδραυλικών απωλειών.

Από όλους τους τρόπους υπολογισμού των γραμμικών απωλειών στους αγωγούς υπό πίεση (Theocharis, M., 2004) ο πλέον ορθολογιστικός είναι ο υπολογισμός με την εξίσωση των Darcy – Weisbach:

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f}} R^{0,5} J^{0,5} \quad (3)$$

η οποία γράφεται με τη μορφή:

$$\Delta h = f \frac{LV^2}{2gD} \Rightarrow \frac{\Delta h}{L} = J = f \frac{V^2}{2gD} \quad (4)$$

όπου h_f είναι το ύψος απωλειών ενέργειας εξαιτίας της τριβής, και f είναι ο συντελεστής τριβής.

Πίνακας 5.1. Τιμές των C , x και y για τους οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενους τύπους υπολογισμού υδραυλικών απωλειών.

A/A	Όνομα ερευνητή	C	x	y	Παρατηρήσεις
1	Τύπος των Darcy -Weisbach	$\sqrt{\frac{8g}{f}}$	0,5	0,5	Ο συντελεστής f εξαρτάται από τον αριθμό του Reynolds και την τραχύτητα των σωλήνων.
2	Τύπος του Kutter	$\frac{100\sqrt{R}}{m+R}$	0,5	0,5	Ο συντελεστής m εξαρτάται από την ποιότητα του νερού και κυμαίνεται μεταξύ 0,25 – 0,40.
3	Τύπος του Bazin	$\frac{87}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$	0,5	0,5	Ο συντελεστής γ εξαρτάται από την ποιότητα των σωλήνων.
4	Τύπος των Manning - Strickler	1/n	2/3	0,5	Ο συντελεστής n εξαρτάται από την ποιότητα και την ηλικία των σωλήνων.
5	Τύπος των Scimemi – Veronese	104,905	0,59	0,55	Ισχύει για χαλυβδοσωλήνες καινούργιους.
6	Τύπος του Scimemi	164,99	0,68	0,56	Ισχύει για αμιαντοσωλήνες.
7	Τύπος των Hazen – Williams (σε Αγγλικές μονάδες)	1,318	0,63	0,54	Ο συντελεστής C εξαρτάται από την ποιότητα και την ηλικία των σωλήνων.
8	Τύπος του Scobey για σωλήνες σκυροδέματος (σε Αγγλικές μονάδες)	$\frac{1}{K_s}$	0,58	0,526	Ο συντελεστής K_s εξαρτάται από τον τρόπο κατασκευής των σωλήνων.
9	Τύπος του Scobey για χαλυβδοσωλήνες (σε Αγγλικές μονάδες)	C_s	0,625	0,5	Ο συντελεστής C_s εξαρτάται από την ποιότητα και τον τρόπο κατασκευής των σωλήνων.

5.2.1.1. Υπολογισμός του συντελεστή τριβής

α) Στην περίπτωση της σταθερής στρωτής ροής , $Re_e < 2320$, ο συντελεστής τριβής εξαρτάται μόνο από τον αριθμό του Reynolds και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$f = \frac{64}{Re_e} \quad (5)$$

β) Για αριθμούς Reynolds $2320 < R_e < 6000$ οι τιμές του f είναι αβέβαιες επειδή η ροή μπορεί να είναι είτε στρωτή είτε τυρβώδης

γ) Για αριθμούς Reynolds $R_e > 6000$ η ροή είναι πλήρως τυρβώδης και συντελεστής τριβών f υπολογίζεται από την ημιεμπειρική σχέση των Colebrook – White :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k}{3,72D} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right) \quad (6)$$

Από την εξίσωση (6) προκύπτει ότι:

α) Για πλήρως τυρβώδη ροή μέσα σε αγωγό με λεία τοιχώματα ($k=0$) ο συντελεστής τριβής f εξαρτάται μόνο από τον αριθμό του Reynolds είναι:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \quad (7)$$

β) Για πλήρως τυρβώδη ροή μέσα σε αγωγό με τραχέα τοιχώματα και για μεγάλους αριθμούς Reynolds (μεγαλύτερους του 80.000) ο συντελεστής τριβής f εξαρτάται μόνο από την τραχύτητα είναι:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{k}{3,72D} \quad (8)$$

Σημείωση:

Για πλήρως τυρβώδη ροή μέσα σε αγωγό με λεία τοιχώματα και αριθμούς Reynolds $6000 < R_e < 80000$ τα αποτελέσματα της εξίσωσης (7) συμφωνούν με την εμπειρική εξίσωση του Blasius :

$$f = \frac{0,316}{R_e^{0,25}} \quad (9)$$

5.2.1.2. Η απόλυτη τραχύτητα του αγωγού

Οι τιμές της απόλυτης τραχύτητας, k , εξαρτώνται από το υλικό, τον τρόπο κατασκευής, την τυχόν εσωτερική προστασία των σωλήνων και ορίζονται ύστερα από παράλληλη εξέταση των φυσικοχημικών ιδιοτήτων του νερού, που σχετίζονται με τη διάβρωση ή την εναπόθεση ιζημάτων στους σωλήνες.

Με την εγκύκλιο Δ.22.200/30-7-1977 του ΥΠΕΧΩΔΕ συνιστάται (αν συντρέχουν οι προϋποθέσεις) να λαμβάνονται ως τιμές ισοδύναμης απόλυτης τραχύτητας σωλήνων οι τιμές του πίνακα 5.2.

Πίνακας 5.2. Τιμές της ισοδύναμης απόλυτης τραχύτητας

Αγωγοί από σωλήνες σκληρού PVC, ύστερα από χρήση	k = 0,05 μέχρι 0,1 mm
Αγωγοί από σωλήνες αμιαντοτσιμέντου, ύστερα από χρήση	k = 0,2 μέχρι 0,5 mm
Αγωγοί συγκολλημένοι χαλύβδινοι, ύστερα από χρήση	k = 0,4 μέχρι 2,0 mm
Αγωγοί από σωλήνες χυτοσιδήρου, ύστερα από χρήση	k = 1,0 μέχρι 1,5 mm
Αγωγοί από σωλήνες σκυροδέματος, ύστερα από χρήση	k = 0,5 μέχρι 2,5 mm

Στις υπολογιζόμενες γραμμικές απώλειες φορτίου, με εφαρμογή των ανωτέρω τιμών του k, περιλαμβάνονται οι απώλειες στους αρμούς σύνδεσης των σωλήνων. Μπορεί να προτείνονται και διαφορετικές τιμές για το συντελεστή k, εάν η πρόταση στηρίζεται σε κατάλληλες μετρήσεις που να αναφέρονται στις συνθήκες λειτουργίας του συγκεκριμένου δικτύου. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να εκλέγεται και να αιτιολογείται η σωστή τιμή του k, για λειτουργία του έργου σε όλη τη διάρκεια ζωής του.

5.2.1.3. Το κινηματικό ιξώδες

Το κινηματικό ιξώδες των ρευστών μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Οι τιμές του για το νερό, σύμφωνα με τον Herning δίνονται στον ακόλουθο πίνακα 5.3.

Πίνακας 5.3. Μεταβολή του κινηματικού ιξώδους του νερού σε συνάρτηση με την θερμοκρασία

Θερμοκρασία σε °C	0	10	20	40	60	80	100
Κινηματικό ιξώδες ν σε mm ² /s	1,79	1,31	1,01	0,658	0,478	0,366	0,295

Για τον υπολογισμό της τιμής του αριθμού του Reynolds είναι εύλογο να λαμβάνεται θερμοκρασία νερού από 10 μέχρι 20 βαθμούς Κελσίου. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να λαμβάνεται η σωστή αντίστοιχη θερμοκρασία.

5.2.2. Οι τοπικές υδραυλικές απώλειες

Εκτός από τις γραμμικές απώλειες, που οφείλονται στις τριβές ανάμεσα στα μόρια του κινουμένου υγρού και στα τοιχώματα του σωλήνα, υπάρχουν κατά την ροή υπό πίεση σε κλειστούς αγωγούς και τοπικές απώλειες, που οφείλονται σε απότομες μεταβολές της διατομής, ή σε μεταβολές της διεύθυνσης της ροής.

Η αντιμετώπιση των τοπικών απωλειών είναι δυνατό να γίνει με έναν από τους ακόλουθους τρόπους:

α) Οι διακλαδώσεις, στροφές, μεταβολές διαμέτρου και λοιπές ανωμαλίες του δικτύου, των οποίων η θέση είναι γνωστή εκ των προτέρων, εφόσον η γεωμετρία του δικτύου είναι γνωστή, θεωρούνται υπολογιστικά μέλη του δικτύου, με μηδενικό μήκος, κόστος που δίνεται από το κόστος των ειδικών τεμαχίων που θα τοποθετηθούν και τοπικές απώλειες, δηλ. μεταβολή της τιμής φορτίου, που δίνεται από νομογραφήματα, εμπειρικούς τύπους της μορφής:

$$h_e = e \frac{V^2}{2g} \quad (10)$$

όπου: h_e είναι οι τοπικές απώλειες σε m και

e είναι αδιάστατος συντελεστής απωλειών εξαρτημάτων και εξαρτάται, από το σχήμα, την καμπυλότητα και το υλικό κατασκευής του εξαρτήματος και δίνεται από τον ακόλουθο πίνακα 5.4.

Πίνακας 5.4. Τιμές του συντελεστή τοπικών απωλειών e .

α. Απότομη διεύρυνση .

Αναλογία διατομών $E_1:E_2$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Συντελεστής e	1,0	0,81	0,64	0,49	0,36	0,25	0,16	0,09	0,04	0,01	0

β. Απότομη στένωση

Αναλογία διατομών $E_1:E_2$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Συντελεστής e	0,50	0,48	0,45	0,41	0,36	0,29	0,21	0,13	0,07	0,01	0

Όταν ο αγωγός ξεκινάει από δεξαμενή, τότε το E_1 είναι άπειρο και επομένως $e = 0,50$.

γ. Αλλαγή διεύθυνσης

Γωνία θ σε μοίρες	5	10	15	20	22,5	25	27,5	30	32,5	35
Συντελεστής e	0,50	0,48	0,45	0,41	0,36	0,29	0,21	0,13	0,07	0,01

Αν ο σωλήνας στραφεί κατά τεταρτοκύκλιο, δηλαδή αν $\theta = 90^0$, τότε

$$e = 0,131 + 1,847 \left(\frac{D}{2R} \right)^{3,5}$$

όπου R είναι η ακτίνα της καμπύλης και D είναι η διάμετρος του σωλήνα.

Γενικά για $\theta < 90^0$ είναι:

$$e_\theta = e_{90^0} \frac{\theta^0}{90^0}$$

β) Οι γραμμικές απώλειες αυξάνονται κατά ένα ποσοστό, για συνυπολογισμό των τοπικών απωλειών φορτίου. Το ποσοστό αυτό δεν μπορεί να λαμβάνεται μικρότερο από 10 μέχρι 15 %. Το ποσοστό αυτό μπορεί να εκτιμηθεί σε αντιπροσωπευτικά μεγάλη διαδρομή, κατά μήκος του κυρίου ή των κυρίων αγωγών του δικτύου ύστερα από υπολογισμό των τοπικών απωλειών.

5.3. Επίλυση προβλημάτων σε σωληνωτούς αγωγούς υπό πίεση

5.3.1. Επίλυση προβλημάτων με διαγράμματα

Η επίλυση των προβλημάτων σταθερής (ή μόνιμης) ροής των ασυμπίεστων ρευστών μέσα σε αγωγούς εμπορίου, απαιτεί την ταυτόχρονη λύση των παρακάτω τριών εξισώσεων (Streeter and Wylie, 1985):

α) της εξίσωσης συνεχείας

$$Q = EV = \frac{\pi D^2}{4} V \quad (11)$$

β) της εξίσωσης κινήσεως των Darcy – Weisbach:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (4)$$

γ) της ημιεμπειρικής εξίσωσης των Colebrook – White :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k}{3,72D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (6)$$

όπου Q = παροχή, D = η εσωτερική διάμετρος του αγωγού, V = η μέση ταχύτητα, h_f = οι απώλειες πιεζομετρικού φορτίου, f = αδιάστατος συντελεστής τριβών, L = το μήκος αγωγού, g = η επιτάχυνση βαρύτητας, k = η ισοδύναμη τραχύτητα ομοιόμορφης άμμου, ν = το κινηματικό ιξώδες και Re = ο αριθμός του Reynolds.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι υπάρχουν τρεις εξισώσεις με οκτώ αγνώστους τους D , V , Q , h_f , f , L , ν και k . Κατά συνέπεια για να επιλυθεί αυτό το σύστημα πρέπει οι πέντε από τις μεταβλητές να είναι γνωστές από τα δεδομένα του προβλήματος.

Υπάρχουν τρεις βασικοί τύποι προβλημάτων στους κλειστούς αγωγούς για ροές πραγματικών ρευστών.

α) υπολογισμός απώλειας φορτίου h_f όταν δίνονται τα Q , D , k , ν και L

β) υπολογισμός της παροχής Q όταν δίνονται τα D , h_f , k , ν και L και

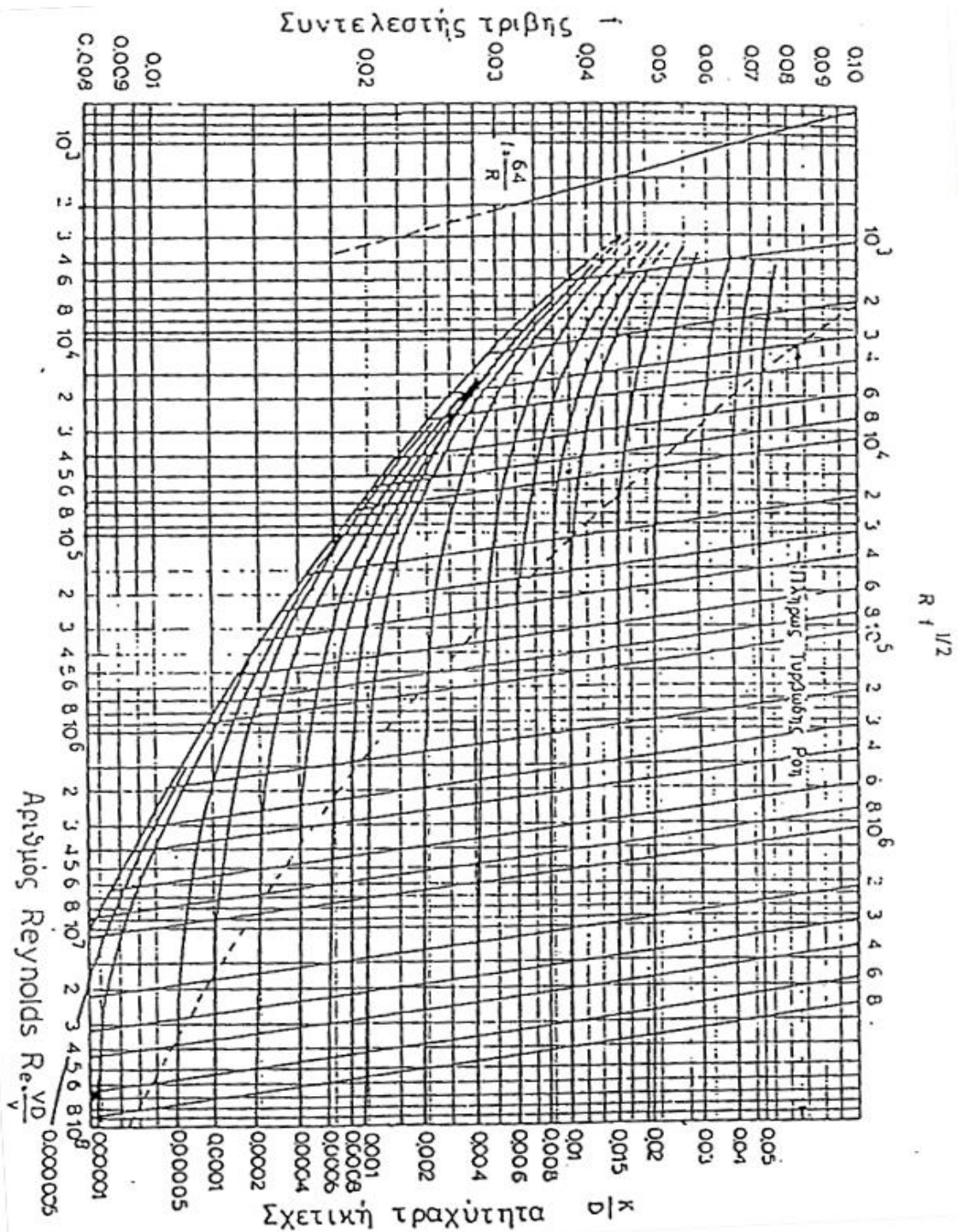
γ) υπολογισμός της διαμέτρου D όταν δίνονται τα Q , h_f , k , ν και L .

Η δυσκολία στην επίλυση των προβλημάτων αυτών οφείλεται στο ότι η εξίσωση των Colebrook – White είναι πεπλεγμένη συνάρτηση του f με αποτέλεσμα να απαιτεί επαναληπτικές λύσεις, μια διαδικασία ιδιαίτερα χρονοβόρα σε μεγάλα δίκτυα αγωγών και επίσης δεν είναι καθόλου εύκολη όταν δεν υπάρχει άμεση πρόσβαση σε H/Y .

Στους υπολογισμούς προβλημάτων κλειστών αγωγών πολύ συχνά χρησιμοποιούνται διαγράμματα (Moody, 1944, Rouse, 1946, Daily and Harleman, 1966, Asthana, 1974, Li, 1974, Lai and Lee, 1975, Debler, 1977, Barr, 1976, 1979, 1981, Terzidis, 1982, 1992). Τα διαγράμματα αυτά έχουν δύο βασικά μειονεκτήματα: α) δεν είναι ακριβή λόγω σφαλμάτων ανάγνωσης σε λογαριθμικές κλίμακες και β) δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατά τη λύση του προβλήματος με ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Από όλα τα παραπάνω διαγράμματα το πιο εύχρηστο του οποίου η εφαρμογή επικράτησε γενικώς είναι αυτό που συντάχθηκε από τον Moody, που φέρει το όνομά του, στο οποίο μπορεί να αναγνωστεί η τιμή του f από τον αριθμό του Reynolds, Re , και τη σχετική τραχύτητα K/D .

Η οριακή καμπύλη της τραχείας συμπεριφοράς δίδεται από τη σχέση $Re \cdot f \cdot K/D = 200$



Σχήμα 5.1. Το διάγραμμα του Moody

5.3.2. Επίλυση προσεγγιστικές εξισώσεις

Ένας άλλος τρόπος για την επίλυση προβλημάτων σε κλειστούς αγωγούς χωρίς τα προηγούμενα μειονεκτήματα είναι η εξαγωγή ρητών προσεγγιστικών εξισώσεων που δίνουν το f ως συνάρτηση γνωστών μεταβλητών.

Η εξαγωγή ρητών προσεγγιστικών εξισώσεων για τον υπολογισμό των απωλειών φορτίου σε κλειστούς αγωγούς ξεκίνησε το 1932 όταν ο Nikuradse παρουσίασε μια προσεγγιστική εξίσωση για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβών f σε λείους αγωγούς. Επίσης ο Colebrook (1938-1939) και ο White (1948) παρουσίασαν παρόμοιες εξισώσεις.

Στη συνέχεια διάφοροι συγγραφείς παρουσίασαν νέες προσεγγιστικές σχέσεις. Οι σχέσεις αυτές μπορούν να καταταγούν σε:

α) αλγεβρικές ή πολυωνυμικές εξισώσεις (Moody, 1947, Wood, 1966).

β) απλές λογαριθμικές εξισώσεις με μορφή παρόμοια με την εξίσωση Colebrook – White που διαφέρουν μεταξύ τους στην τιμή του εκθέτη του αριθμού Re ή των συντελεστών του αριθμού Re και της σχετικής τραχύτητας (Swamee and Jain, 1976, Barr, 1976, 1977, Churchill, 1973, 1977, Zigrang and Sylvester, 1982, Terzidis, 1982, Terzidis and Babajimopoulos, 1992).

γ) εξισώσεις με δύο λογαριθμικές συναρτήσεις που συνήθως είναι η πρώτη επανάληψη στην επίλυση της εξίσωσης Colebrook – White όταν σαν αρχική προσέγγιση χρησιμοποιείται μια εξίσωση της προηγούμενης κατηγορίας (Chen, 1979, Zigrang and Sylvester, 1982, Terzidis, 1982, Terzidis and Babajimopoulos, 1992).

δ) πολύπλοκες εξισώσεις με περισσότερους εκθέτες και διορθωτικούς παράγοντες με μία (Churchill, 1977) ή περισσότερες λογαριθμικές συναρτήσεις (Barr, 1973) και

ε) εξισώσεις με τρεις λογαριθμικές συναρτήσεις που είναι συνήθως η δεύτερη επανάληψη στη επίλυση της εξίσωσης Colebrook – White χρησιμοποιώντας σαν πρώτη προσέγγιση μια απλή λογαριθμική εξίσωση (Zigrang and Sylvester, 1982, Terzidis and Babajimopoulos, 1992).

Για τον υπολογισμό της διαμέτρου οι προσεγγιστικές σχέσεις που αναπτύχθηκαν είναι σπάνιες. Ο Jain (1976) δημοσίευσε μία εξίσωση για τον υπολογισμό της διαμέτρου με σφάλμα 2%. Στη συνέχεια ο Barr (1977) παρουσίασε μία βελτίωση της εξίσωσης του Jain. Ο Terzidis (1982) έλυσε αριθμητικά την εξίσωση των Colebrook – White και με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων εξήγαγε μια απλή λογαριθμική εξίσωση με σφάλμα 0,0082%. Οι Terzidis and Babajimopoulos (1992) ανέπτυξαν ακριβείς προσεγγιστικές εξισώσεις με μία λογαριθμική συνάρτηση με σφάλμα 0,076% καθώς και με δύο λογαριθμικές συναρτήσεις με σφάλμα 0,00082%. Τέλος ο Μ. Θεοχαρης (2004) επεξεργάστηκε την εξίσωση των Γ. Τερζίδη – Χ. Μπαμπατζιμόπουλου και κατέληξε σε δυο ρητές σχέσεις από τις οποίες μπορεί να υπολογιστεί η διάμετρος του αγωγού.

Από τις προταθείσες ρητές εκφράσεις υπολογισμού του f οι πιο σημαντικές και εύχρηστες είναι οι ακόλουθες:

5.3.2.1. Ο τύπος των Swamee and Jain

Το 1976 οι Swamee and Jain πρότειναν για τον υπολογισμό του f τον ακόλουθο τύπο:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[\frac{k}{3,7D} + \frac{5,74}{R_e^{0,90}} \right] \quad (12)$$

Με τον τύπο αυτό υπολογίζεται με πολύ ικανοποιητική προσέγγιση ο συντελεστής τριβής, f , και είναι ρητός σε σχέση με τον τύπο των Colebrook – White, δηλαδή δεν χρειάζεται να γίνουν επαναληπτικές διαδικασίες.

5.3.2.2. Ο τύπος των Γ. Τερζίδη – Χ. Μπαμπατζιμόπουλου

Οι Γ. Τερζίδης – Χ. Μπαμπατζιμόπουλος το 1992 βελτίωσαν τον παραπάνω τύπο και πρότειναν τον ακόλουθο:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -a \log_{10} \left[b \left[\frac{\varepsilon (g S_f)^{0,2}}{Q^{0,4}} \right]^c + \frac{d}{R_e^e} \right] \quad (13)$$

όπου : S_f είναι η κλίση της γραμμής ενέργειας

g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας

ε είναι η ισοδύναμη τραχύτητα ομοιόμορφης άμμου

Q είναι η παροχή

R_e είναι ο αριθμός του Reynolds

a, b, c, d, e είναι παράμετροι (συντελεστές) που προέκυψαν με τον αλγόριθμο του Marquard

5.3.2.3. Οι τύποι Μενελάου Θεοχαρη

Από περαιτέρω επεξεργασία του τύπου των Γ. Τερζίδη – Χ. Μπαμπατζιμόπουλου ο Μ. Θεοχαρης (Theocharis, M., 2004) κατέληξε στις επόμενες δύο σχέσεις τις οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του f :

5.3.2.3.1. Υπολογισμός της διαμέτρου

Αν είναι γνωστές οι απώλειες τριβών και ζητείται η διάμετρος, προκύπτει η σχέση:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,879 \log_{10} \left[0,602 \frac{k^{1,009} \Delta h^{0,2018}}{Q^{0,4036} L^{0,2018}} + \frac{2,287 \nu L^{0,2}}{Q^{0,6} \Delta h^{0,2}} \right] \quad (14)$$

5.3.2.3.2. Υπολογισμός των απωλειών τριβής

Αν είναι γνωστή η διάμετρος και ζητούνται οι απώλειες τριβών προκύπτει η σχέση:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,793 \log_{10} \left[0,2328 \frac{k^{1,114}}{D^{1,114}} + 5,4389 \frac{vD}{Q} \right] \quad (15)$$

5.3.3. Επίλυση προβλημάτων με τη βοήθεια H/Y

Ο υπολογισμός του συντελεστή τριβών τόσο με τη βοήθεια νομογραφημάτων όσο και με τη χρήση προσεγγιστικών εξισώσεων συναντά σημαντικές δυσχέρειες (Theocharis, M., et al., 2004) ιδιαίτερα όταν πρόκειται για εκτεταμένα δίκτυα αγωγών όπου ο υπολογισμός πρέπει να συνδυάζεται αυτόματα με των υπολογισμό άλλων μεγεθών. Για το λόγο αυτό είναι αναγκαία η ανάπτυξη απλών προγραμμάτων υπολογισμού του f τα οποία να είναι προσιτά σε ευρύ φάσμα ερευνητών και να μπορούν να ενσωματωθούν ως υπορουτίνες σε μεγάλα λογισμικά πακέτα υδραυλικών υπολογισμών δικτύων.

Στα επόμενα αναπτύσσονται μεθοδικά τρία απλά προγράμματα σε φύλλα Excel με τη βοήθεια των οποίων υπολογίζεται το ένα από τα μεγέθη h_f , Q και D όταν είναι γνωστά τα άλλα δύο.

5.3.3.1. Υπολογισμός της απώλειας φορτίου

Ζητείται να προσδιορισθεί η απώλεια φορτίου h_f , όταν δίνεται ή ροή (Q ή V), ενός ορισμένου ρευστού, (v), σ' έναν ορισμένο σωλήνα, (D , L , και k).

Από την εξίσωση συνεχείας και την εξίσωση των Darcy - Weisbach προκύπτει:

$$h_f = \frac{16}{2g\pi^2} \frac{f L Q^2}{D^5} = 0,08262686 \frac{f L Q^2}{D^5} \quad (16)$$

Ο συντελεστής τριβών, f , υπολογίζεται από την εξίσωση (6) των Colebrook–White και ο αριθμός του Reynolds από την εξίσωση (1) του Reynolds. Το πρόβλημα επιλύεται με την ακόλουθη διαδικασία:

α) Εισαγωγή δεδομένων

Το πρώτο βήμα είναι να εισαχθούν τα δεδομένα του προβλήματος στο υπολογιστικό φύλλο (Theocharis, M., et al., 2004). Στο σχήμα 5.2. έχουν εισαχθεί τα δεδομένα για το μήκος του αγωγού, L , σε m, την παροχή, Q , σε m^3/s , την εσωτερική διάμετρο του αγωγού, D , σε m, της τραχύτητας του αγωγού, K , σε m, και του κινηματικού ιξώδους του νερού, ν , σε m^2/s στα κελιά A40, B40, C40, D40 και E40 αντίστοιχα.

Εισαγωγή της μεταβλητής και των μαθηματικών εξισώσεων του προβλήματος

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.1., στο κελί F40 εισάγεται η μεταβλητή του προβλήματος, f , με μία τυχαία αρχική τιμή π.χ. $f = 1$. Το επόμενο βήμα είναι να αναπτυχθούν οι εξισώσεις στα κελιά του υπολογιστικού φύλλου. Η εξίσωση των Colebrook – White, εξίσωση (6), η εξίσωση για τον αριθμό του Reynolds, εξίσωση (2), και η εξίσωση για τις απώλειες φορτίου, εξίσωση (16), εισάγονται στα κελιά G40, H40 and I40, αντίστοιχα.

Η έκφραση για το κελί G40 είναι:

=ROUND((1/(F40^(1/2)))+2*LOG((D40/(3,72*C40))+2,51/(4*3,47887947*(0,08262686*(F40*A40*(B40^2)/(C40^5))*(C40^5)/(F40*A40))^0,5/(PI()*C40*E40)*(F40^0,5)))));3)

Η έκφραση για το κελί H40 είναι: = ROUND(4*B40/(PI()*C40*E40);3)

Η έκφραση για το κελί I40 είναι: =

ROUND(0,08262686*(F40*A40*(B40^2)/(C40^5));3)

β) Επίλυση του προβλήματος

Για την επίλυση του προβλήματος αναπτύσσεται η μακροεντολή (Theocharis, M., et al., 2004):

```
Sub Macro1()
```

```
' Macro1 Macro
```

```
' Macro recorded by M. Theocharis
```

```
Range("F40").Select
```

```
ActiveCell.Formula = "1.0"
```

```
Range("F40").Select
```

```
Range("G40").GoalSeek Goal:=0, ChangingCell:=Range("F40")
```

```
End Sub
```

Στη συνέχεια πατώντας το πλήκτρο **RUN** από τα εργαλεία της Visual Basic προκύπτει η λύση του προβλήματος.

Στο σχήμα 5.3. φαίνεται η διαδικασία που περιγράφηκε.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
36											
37	L	Q	D	K	v	f	f(f)	R _e	h _f		
38	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
39	[m]	[m ³ /s]	[m]	[m]	[m ² /s]				[m]		
40	50	0,252	0,4070	0,000075	0,00000116	1,00000	-7,548	679608	23,493		
41											
42											
43											
44	G40:	ROUND((1/(F40^(1/2))))+2*LOG((D40/(3,72*C40))+2,51/(4*3,47887947*(0,08262686*(F40*A40*(B40^2)/(C40^5))*(C40^5)/(F40*A40))^0,5/(PI()*C40*E40)*(F40^0,5)));3)									
45											
46	H40:	ROUND(4*B40/(PI()*C40*E40);3)									
47											
48	I40:	ROUND(0,08262686*(F40*A40*(B40^2)/(C40^5));3)									
49											
50											
51											
52											
53											
54											

Σχήμα 5.2. Υπολογιστικό φύλλο για τα δεδομένα και τους τύπους υπολογισμού των απωλειών φορτίου.

γ) Εφαρμογή

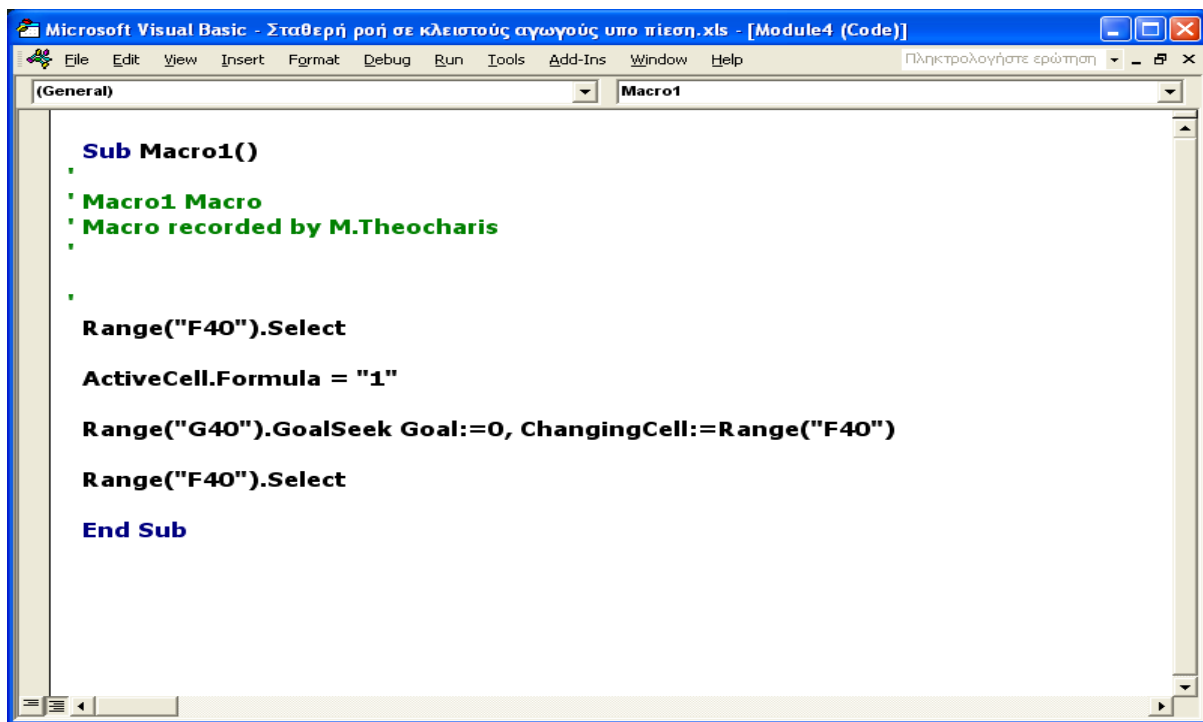
Για δεδομένα $L = 50 \text{ m}$, $Q = 0,252 \text{ m}^3/\text{s}$, $D = 0,4070 \text{ m}$, $k = 0,000075 \text{ m}$, $v = 1,16 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ προκύπτει ότι $f = 0,01489$, $R_e = 679608$ και τελικά $h_f = 0,35 \text{ m}$.

5.3.3.1. Υπολογισμός της παροχής

Η προαναφερθείσα διαδικασία ακολουθείται παρομοίως όταν το πρόβλημα είναι να υπολογισθεί η παροχή δίδονται εάν οι απώλειες τριβής ορισμένου ρευστού σε έναν ορισμένο σωλήνα.

Σε αυτήν την περίπτωση από την εξίσωση συνεχείας και τον τύπο Darcy - Weisbach προκύπτει ότι:

$$Q = \frac{\sqrt{2g}}{4} \pi \left[\frac{h_f D^5}{f L} \right]^{0,5} = 3,47887947 \left[\frac{h_f D^5}{f L} \right]^{0,5} \quad (17)$$



Σχήμα 5.3. Η μακροεντολή επίλυσης του προβλήματος.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.4. εισάγονται στα κελιά A40, B40, C40, D40 and E40 τα δεδομένα για τα L , h_f , D , K , και v αντίστοιχα.

Στο κελί F40 εισάγεται η μεταβλητή του προβλήματος, f , με μία τυχαία αρχική τιμή π.χ. $f=1$. Η εξίσωση των Colebrook – White, εξίσωση (6), η εξίσωση για τον αριθμό του Reynolds, εξίσωση (2), και η εξίσωση για την παροχή, εξίσωση (17), εισάγονται στα κελιά G40, H40 and I40, αντίστοιχα.

Η έκφραση για το κελί G40 είναι :

$$=ROUND((1/(F40^{1/2}))+2*LOG((D40/(3,72*C40))+2,51/(4*3,47887947*(B40*(C40^5)/(F40*A40)))^{0,5}/(PI()*C40*E40)*(F40^{0,5})));3)$$

Η έκφραση για το κελί H40 είναι: =

$$ROUND(4*3,478813*(B40*(C40^5)/(F40*A40))^{0,5}/(PI()*C40*E40);3)$$

Η έκφραση για το κελί I40 είναι: =

$$ROUND(3,47887947*(B40*(C40^5)/(F40*A40))^{0,5};3)$$

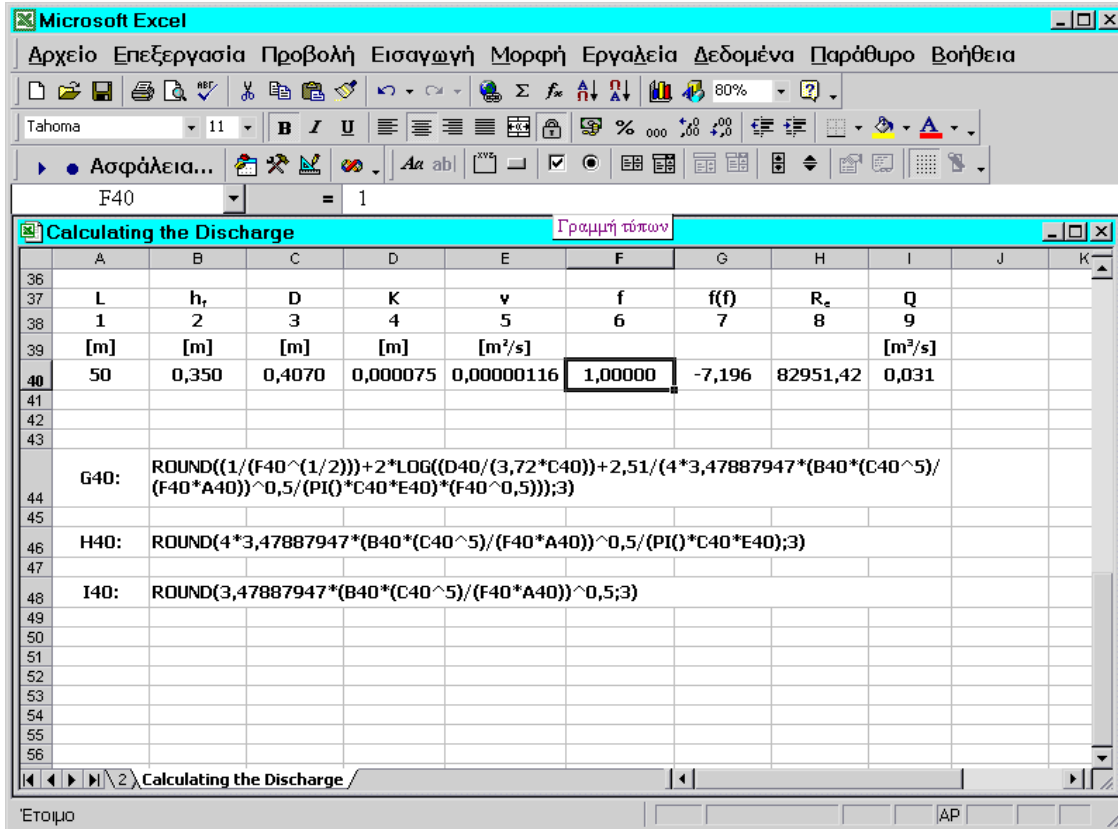
α) Επίλυση του προβλήματος

Για την επίλυση του προβλήματος αναπτύσσεται η ίδια μακροεντολή με την περίπτωση υπολογισμού των απωλειών φορτίου. Στη συνέχεια πατώντας το πλήκτρο **RUN** από τα εργαλεία της Visual Basic προκύπτει η λύση του προβλήματος.

Στο σχήμα 5.3. φαίνεται η διαδικασία που περιγράφηκε.

β) Εφαρμογή

Για δεδομένα $L= 50 \text{ m}$, $h_f= 0,35 \text{ m}$, $D=0,4070 \text{ m}$, $k= 0,000075 \text{ m}$, $\nu = 1,16 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ προκύπτει ότι $f= 0,01489$, $R_e = 679608$ και τελικά $Q=0,252 \text{ m}^3/\text{s}$.



Σχήμα 5.4. Υπολογιστικό φύλλο για τα δεδομένα και τους τύπους υπολογισμού της παροχής.

5.3.3.1. Υπολογισμός της διαμέτρου

Σε αυτήν την περίπτωση από την εξίσωση συνεχείας και τον τύπο Darcy - Weisbach προκύπτει ότι:

$$D = \left[\frac{16}{2g\pi^2} \frac{f L Q^2}{h_f} \right]^{1/5} = 0,60732932 \left[\frac{f L Q^2}{h_f} \right]^{1/5} \quad (18)$$

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5., τα δεδομένα για τα L , h_f , Q , K , και ν εισάγονται στα κελιά A40, B40, C40, D40 και E40, αντίστοιχα.

Στο κελί F40 εισάγεται η μεταβλητή του προβλήματος, f , με μία τυχαία αρχική τιμή π.χ. $f = 1$. Η εξίσωση των Colebrook – White, εξίσωση (6), η εξίσωση για τον αριθμό του Reynolds, εξίσωση (2), και η εξίσωση για την διάμετρο, εξίσωση (18), εισάγονται στα κελιά G40, H40 and I40, αντίστοιχα.

Η έκφραση για το κελί G40 είναι:

$$=ROUND((1/(F40^{(1/2)}))+2*LOG10((D40/(3,72*((16/(2*9,81*(PI())^2))*((F40*A40*(B40^2))/(C40)))^{(1/5)}))+2,51/(((4*B40)/(PI()*((16/(2*9,81*(PI())^2))*((F40*A40*(B40^2))/(C40)))^{(1/5)})^2))*((16/(2*9,81*(PI())^2))*((F40*A40*(B40^2))/(C40)))^{(1/5)}/E40*(F40^{(1/2)})))));3)$$

Η έκφραση για το κελί H40 είναι:

$$=ROUND(((4*B40)/(PI()*ROUND(((16/(2*9,81*(PI())^2))*((F40*A40*(B40^2))/(C40)))^{(1/5);4})^2))*ROUND(((16/(2*9,81*(PI())^2))*((F40*A40*(B40^2))/(C40)))^{(1/5);4}/E40;3)$$

Η έκφραση για το κελί I40 είναι:

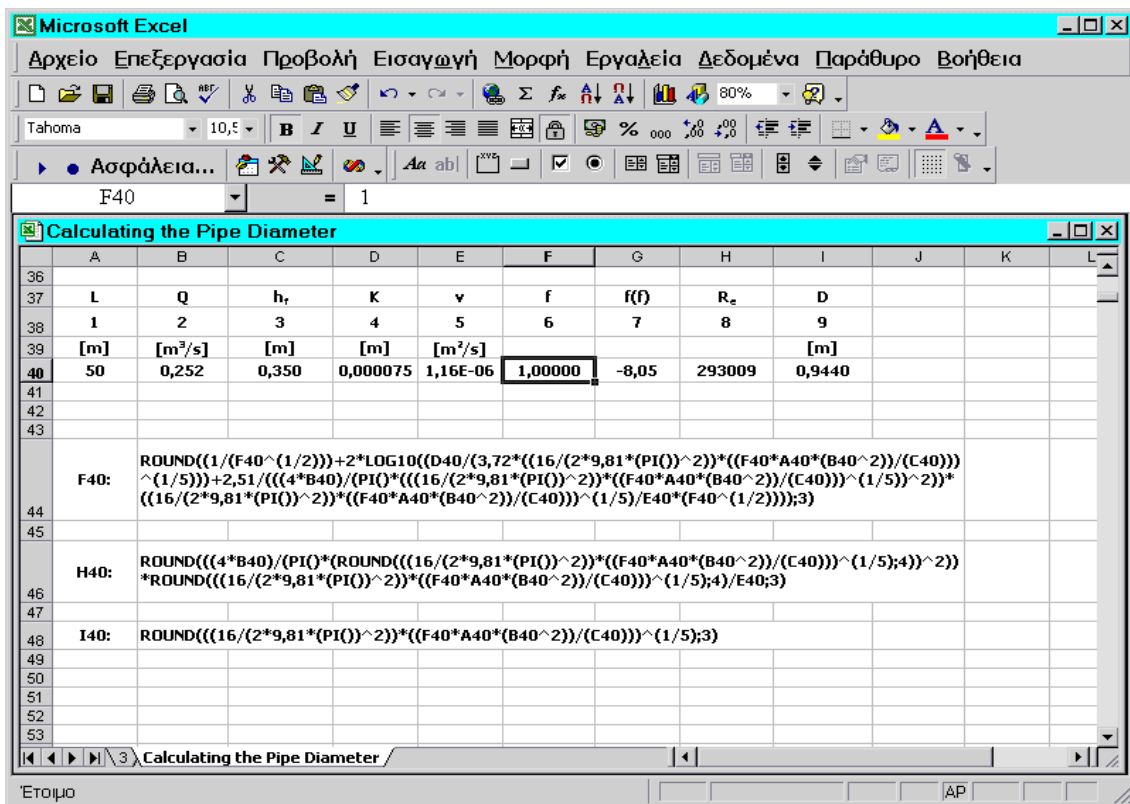
$$=ROUND(((16/(2*9,81*(PI())^2))*((F40*A40*(B40^2))/(C40)))^{(1/5);3)$$

α) Επίλυση του προβλήματος

Για την επίλυση του προβλήματος αναπτύσσεται η ίδια μακροεντολή με την περίπτωση υπολογισμού των απωλειών φορτίου. Στη συνέχεια πατώντας το πλήκτρο **RUN** από τα εργαλεία της Visual Basic προκύπτει η λύση του προβλήματος.

β) Εφαρμογή

Για δεδομένα $L= 50 \text{ m}$, $Q=0,252 \text{ m}^3/\text{s}$, $h_f= 0,35 \text{ m}$, $D=0,4070 \text{ m}$, $k= 0,000075 \text{ m}$, $\nu = 1,16 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ προκύπτει ότι $f=0,01489$, $Re = 679608$ και τελικά $D = 0,4070 \text{ m}$.



Σχήμα 5.5. Υπολογιστικό φύλλο για τα δεδομένα και τους τύπους υπολογισμού της διαμέτρου.

5.3.3.4. Συμπεράσματα

Η επίλυση των προβλημάτων ροής σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση είναι πρωταρχικής σημασίας για τη μελέτη των κλειστών υπό πίεση δικτύων μεταφοράς και διανομής του νερού. Η ταχεία και ακριβής επίλυσή τους είναι αναγκαία για την περαιτέρω εκτέλεση της οποιασδήποτε υπολογιστικής διαδικασίας.

Για το λόγο αυτό πολλοί ερευνητές απασχολήθηκαν κατά το παρελθόν και ανέπτυξαν διάφορες τεχνικές προσδιορισμού του συντελεστή τριβών, f , ο οποίος προκύπτει από την αριθμητική επίλυση της μη γραμμικής εξίσωσης των Colebrook – White με διαδοχικές επαναλήψεις.

Οι διάφορες τεχνικές αφορούν την αντιμετώπιση του προβλήματος είτε με την κατασκευή διαγραμμάτων και νομογραφημάτων, είτε με τη διατύπωση απλοποιημένων ρητών εξισώσεων του συντελεστή f .

Τα διαγράμματα που κατασκευάστηκαν έχουν την αναπόφευκτη ανακρίβεια κατά την ανάγνωση η οποία επιτείνεται κατά τις διαδοχικές αναπαραγωγές τους. Επίσης δεν είναι δυνατή η ένταξή τους σε υπολογιστικά πακέτα και δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατά τη λύση του προβλήματος με ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Οι διάφοροι απλοποιημένοι τρόποι επίλυσης της εξίσωσης των Colebrook – White, που αναπτύχθηκαν κατά καιρούς δεν προσφέρουν ουσιαστικά πλεονεκτήματα στην αντιμετώπιση των προβλημάτων ροής σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση διότι οδηγούν σε μακροσκελείς ρητές εξισώσεις, η επίλυση των οποίων απαιτεί πολλές και κοπιαστικές πράξεις με συνέπεια να είναι αναπόφευκτη απολύτως αναγκαία η χρήση Η/Υ.

Τα προγράμματα επίλυσης των προβλημάτων ροής, που αναπτύχθηκαν στην παρούσα μελέτη είναι απλά στη χρήση, δεν απαιτούν εξειδικευμένες γνώσεις πληροφορικής είναι προσιτά σε ευρύ φάσμα ερευνητών και να μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην καθημερινή πράξη. Επίσης μπορούν να ενσωματωθούν ως υπορουτίνες σε μεγάλα λογισμικά πακέτα υδραυλικών υπολογισμών δικτύων.

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. Μενέλαος Θεοχάρης, "ΑΡΔΕΥΣΕΙΣ", Τ.Ε.Ι. Ηπείρου, Άρτα, 2012.
2. Μενέλαος Θεοχάρης, "Η ΑΡΔΕΥΣΗ ΜΕ ΣΤΑΓΟΝΕΣ", Τ.Ε.Ι. Ηπείρου, Άρτα, 1998.
3. Θεοχάρης Μ.: " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις ", Άρτα 1998
4. Θεοχάρης Μ.: " Η Άρδευση με Σταγόνες ", Άρτα 1998
5. Θεοχάρης Μ.: " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις , Εργαστηριακές Ασκήσεις", Άρτα 1998
6. Καρακατσούλης Π. : " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις και Προστασία των Εδαφών ", Αθήνα 1993.
7. Κωνσταντινίδης Κ. : "Η μέθοδος αρδεύσεως δια καταιονήσεως ", Θεσσαλονίκη - Αθήνα 1975.
8. Μιχελάκης Ν. : "Συστήματα Αυτόματης Άρδευσης - Άρδευση με Σταγόνες"
9. Daugerty - Franzini : "Υδραυλική" Τόμοι I , II, Εκδόσεις Πλαίσιο , Αθήνα.
10. Davis- Sorensen : " Handbook of applied Hydraulics" Third edition McGraw-Hill Book Company, 1969.
11. Ουζούνης Δ. "Θεωρητική και Πρακτική Μέθοδος της Άρδευσης με Σταγόνες" Εκδόσεις Γαρταγάνη, Θεσσαλονίκη 1997.
12. Τερζίδης Γ. : "Μαθήματα Υδραυλικής " , Τόμοι I ,II , III, Θεσσαλονίκη 1986.
13. Τερζίδης Γ. - Παπαζαφειρίου Ζ. : " Γεωργική Υδραυλική " Εκδόσεις Ζήτη , Θεσσαλονίκη 1997.
14. Τζιμόπουλος Χ. : " Γεωργική Υδραυλική ", Τόμοι I , II, Εκδόσεις Ζήτη , Θεσ-σαλονίκη 1982.
15. Τσακίρης Γ. : "Μαθήματα Εγγειοβελτιωτικών Έργων " , Αθήνα
16. Hansen V. - Israelsen : "Αρδεύσεις. Βασικοί Αρχαί και Μέθοδοι . Μετάφραση από τους Α. Νικολαΐδη και Α. Κοκκινίδη ", Αθήνα 1968.

Σημείωμα Αναφοράς

Θεοχάρης Μενέλαος, (2015). Αρδεύσεις (Εργαστήριο). ΤΕΙ Ηπείρου.

Διαθέσιμο από:

<http://eclass.teiep.gr/courses/TEXG110/>

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 Διεθνές [1] ή μεταγενέστερη. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, Διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.el>



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Επεξεργασία: Δημήτριος Κατέρης

Άρτα, 2015



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης