Ελληνική Δημοκρατία
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό
Ίδρυμα Ηπείρου

Γεωργικές και Θερμοκηπιακές κατασκευές (Εργαστήριο)

Ενότητα 5 : Μετρήσεις γωνιών και μηκών στο έδαφος II

Δρ. Μενέλαος Θεοχάρης

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

3.2. Μέτρηση υψομετρικών διαφορών

3.2.1. Μέτρηση με το αλφαδολάστιχο

Η μέθοδος αυτή είναι η πιο συχνή. Γεμίζουμε με νερό ένα διαφανές λάστιχο που ονομάζεται αλφαδολάστιχο. Κατά το γέμισμα του νερού θέλει προσοχή να μην εγκλωβιστούν φυσαλίδες αέρα οι οποίες μπορούν να δώσουν πλασματική αλφαδιά λόγω της ελαστικότητάς τους.

Σχήμα 3.4. Αλφαδολάστιχο

Ένας τρόπος για την αποφυγή σχηματισμού φυσαλίδων αέρα είναι να αφήσουμε να τρέξει αρκετό νερό, παρασύροντάς τες στην ουσία και διώχνοντάς τες από το λάστιχο.

Ένας δεύτερος κίνδυνος που μπορεί να μας δώσει λάθος αλφαδιά είναι να έχει «γωνιάσει» κάπου το αλφαδολάστιχο. Γι' αυτό χρειάζεται πάντα να ελέγχουμε αν έχει συμβεί κάτι τέτοιο.

Η μέθοδος που συνήθως ακολουθείται είναι η ακόλουθη.

Παίρνουμε το μέτρο και σημαδεύουμε σε ύψος ενός μέτρου πάνω από το αρχικό σημείο.

Κατόπιν με ένα συνεργάτη μας και αφού αδειάσομε 60 περίπου cm νερού (δηλαδή 30cm από τη μία πλευρά του λάστιχου χωρίς νερό και 30 cm από την άλλη) ο ένας στέκεται σταθερά στην αρχική αλφαδιά και ο δεύτερος μετακινείται στο χώρο παίρνοντας αλφαδιές σ' όσα σημεία θεωρούνται αναγκαία για την ορθή εκτέλεση του έργου.

Προσοχή: Κατά τη διάρκεια της μετακίνησης, επειδή ποσότητα από το νερό μπορεί να φύγει μέσα από το λάστιχο, δυσχεραίνοντας το έργο του αλφαδιάσματος, σφραγίζουμε και τις δύο άκρες τις με τον αντίχειρά μας πιέζοντάς τις σταθερά.

Τον αντίχειρά μας τον βγάζουμε, απελευθερώνοντας στην ουσία την κίνηση του νερού, μόνο όταν ο συνεργάτης μας έχει φτάσει στο σημείο που θέλει να καταγράψει μια αλφαδιά. Τότε είτε με το μέτρο του είτε με περίπου υπολογισμό (προτιμάται το μέτρο) σταθεροποιεί το λάστιχό του περίπου σ' ένα ύψος 1,3 έως 1,5 m από το δάπεδο και φωνάζει «δώσε».

Για να πάρουμε τη σταθερή αλφαδιά φωνάζουμε «δίνω» κι οι δύο τότε (και μόνο τότε) απελευθερώνουμε τους αντίχειρές μας.

Πριν πούμε «δίνω» έχουμε κι εμείς τοποθετήσει την άκρη του λάστιχου 30 cm περίπου πιο πάνω από το σημείο της αρχικής αλφαδιάς.

Με την απελευθέρωση η στάθμη του νερού μετακινείται (παλαντζάρει). Με κατάλληλες κινήσεις, μετακινώντας το αλφαδολάστιχο πάνω ή κάτω σταθεροποιούμε τη στάθμη στο σημείο του σημαδιού. Καθ' όλη αυτή την διαδικασία ο συνεργάτης μας παραμένει σταθερός και δεν μετακινεί τη δική του άκρη από το λάστιχο.

Αφού βεβαιωθούμε πως η στάθμη του νερού σταθεροποιήθηκε στο σημείο που είχαμε σημαδέψει φωνάζουμε «εκεί».

Τότε ο συνεργάτης μας, έχοντας σκύψει στο ύψος της σταθεροποιημένης στάθμης με το μολύβι του και από αριστερά πάντα προς τα δεξιά, σημειώνει μια γραμμή στον τοίχο ακριβώς στο ύψος της στάθμης ξεκινώντας 1mm από το αλφαδολάστιχο.

Αν ο συνεργάτης μας είναι αριστερόχειρας ή από έλλειψη χώρου δεν μπορεί να τραβήξει τη γραμμή ξεκινώντας από το αλφαδολάστιχο και σημαδεύοντας μετακινώντας το μολύβι του προς τα δεξιά, τότε συστήνεται, για να μπορεί να αναγνωρίζεται με ακρίβεια το επίπεδο της στάθμης, από το σημείο της γραμμής που βρισκόταν πιο κοντά στο αλφαδολάστιχο (και άρα στην αλφαδιά μας) με το μολύβι να σχεδιάζουμε μια γραμμή προς τα κάτω και υπό γωνία (π.χ. 45^o). Τώρα η αλφαδιά βρίσκεται στην ακμή της γωνίας.

Αφού λοιπόν γίνει η καταγραφή της νέας αλφαδιάς ο συνεργάτης μας κλείνει με τον αντίχειρά του την έξοδο της δικής του άκρης (προσεκτικά χωρίς να μετακινήσει το λάστιχό του) και φωνάζει «κλείσε».

Το ίδιο προσεκτικά σφραγίζουμε τη δική μας άκρη και φωνάζουμε «έκλεισα». Μόνο αν ο συνεργάτης μας ακούσει «έκλεισα» μπορεί να μετακινηθεί και να πάει στο επόμενο σημείο για μια νέα αλφαδιά. Για τη νέα αλφαδιά ακολουθείται ακριβώς η ίδια διαδικασία.

<u>Σημείωση:</u> Πάντα οι αλφαδιές παίρνονται από ένα σημείο. Εμείς συνεπώς μένουμε σταθεροί και δεν μετακινούμαστε από το σημείο αυτό. Αυτό σημαίνει ότι αν ο χώρος που θέλουμε να αλφαδιάσουμε είναι μεγάλος, έχουμε φροντίσει από πριν να αγοράσουμε επαρκώς μακρύ αλφαδολάστιχο.

<u>Συμβουλή:</u> Αν για κάποιο λόγο θέλουμε να διακόψουμε προσωρινά την εργασία μας, και για να μην επαναλαμβάνουμε την εργασία πλήρωσης του αλφαδολάστιχου με νερό, καρφώνουμε δύο σαρανταπεντάρες πρόκες κάθετα στον τοίχο σε απόσταση 10-30 cm τη μια από την άλλη και στο ίδιο περίπου ύψος αφήνοντας ένα μήκος πρόκας 6-7cm περίπου. Τότε με προσοχή τοποθετούμε ταυτόχρονα, χρησιμοποιώντας και τα δύο μας χέρια, τις άκρες του αλφαδολάστιχου έτσι ώστε κάθε πρόκα να εισχωρεί μέσα σε μία του άκρη. Αφού κάθε άκρη ακουμπήσει στον τοίχο αφήνουμε το αλφαδολάστιχο να κρεμαστεί μέχρι την επόμενη χρήση του.

Όταν ολοκληρώσουμε το έργο του αλφαδιάσματος του χώρου που μας ενδιαφέρει μπορούμε πλέον να προσδιορίσουμε τα υψόμετρα των διαφόρων σημείων του εδάφους τα οποία προκύπτουν αν από το υψόμετρο του αρχικού σταθερού σημείου αφαιρούμε την κατακόρυφη απόσταση από το έδαφος για κάθε σημείο που χωροσταθμήσαμε.

Επίσης αν θέλουμε να προσδιορίσουμε ένα νέο οριζόντιο επίπεδο το οποίο να βρίσκεται π.χ. 0,50 m πάνω από το αρχικό σταθερό σημείο, κρατάμε σταθερά το μέτρο στην ένδειξη 1,00 m και ο συνεργάτης μας είτε σημειώνει ή καρφώνει πρόκες (συνήθως ατσαλόπροκες) στην ένδειξη 0,50 m του μέτρου ώστε να μπορούν να δεθούν τα ράμματα. Τα ράμματα με τη σειρά τους θα παίξουν το ρόλο του οδηγού για το ύψος και την επιπεδότητα του γηπέδου μας

3.2.2. Μέτρηση με λέιζερ αλφαδιάσματος

Το λέιζερ περιορίζει σημαντικά το χρόνο που χάνουμε με το αλφαδολάστιχο στην καταγραφή ενός πλήθους αλφαδιών – σημαδιών στο χώρο.

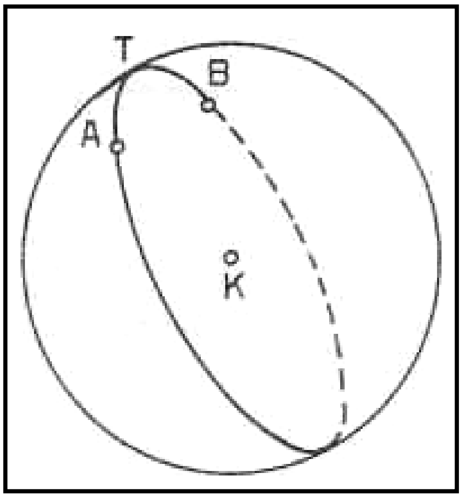
Παράλληλα εξασφαλίζει ποιότητα και μη αστοχία στο αλφάδιασμα. Έχοντας τη δυνατότητα να αλφαδιάζεται (γυροσκοπικά) μόνο του, περιστρέφει με ταχύτητα στο χώρο μια δέσμη λέιζερ στο ύψος που του έχουμε προσδιορίσει. Ο άνθρωπος λόγω της ταχύτητας περιστροφής βλέπει μια κόκκινη γραμμή μέσα στο χώρο που είναι το ύψος του γεμίσματος που ζητάμε.

Η αρχική αλφαδιά χωρίς τη χρήση του αλφαδολάστιχου γίνεται με τη μεταφορά του λέιζερ από χώρο σε χώρο έχοντας σημειώσει, μέσα από τα ανοίγματα στις πόρτες, αλφαδιές με βάση τις οποίες μπορούμε να ισοσταθμίσουμε την 1η δέσμη λέιζερ στη νέα θέση της μετά τη μετακίνηση του μηχανήματος.

3.3. Μέτρηση οριζοντίων αποστάσεων

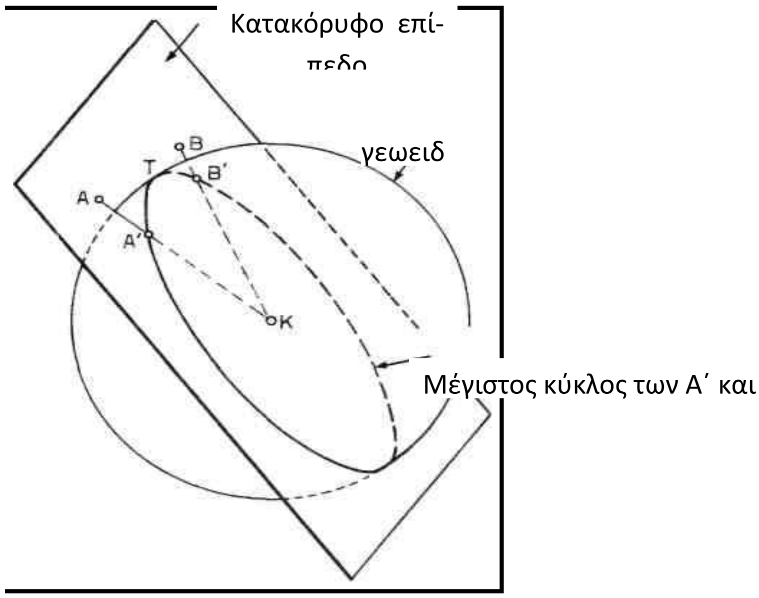
3.3.1. Ορισμοί

Μέγιστος κύκλος δύο σημείων Α και Β της επιφάνειας μιας σφαίρας είναι η τομή της σφαίρας από το επίπεδο, που ορίζουν τα δύο σημεία και το κέντρο Κ της σφαίρας (σχ. 3.5.).



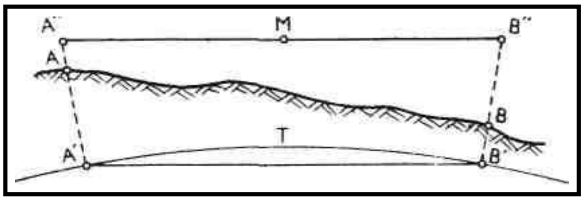
Σχήμα 3.5. Μέγιστος κύκλος δύο σημείων σφαίρας

Απόσταση δύο σημείων Α και Β της επιφάνειας μιας σφαίρας ονομάζεται το ανάπτυγμα του τόξου ΑΤΒ του μέγιστου κύκλου των δύο σημείων (σχ. 3.6.). Το τόξο ΑΤΒ έχει το μικρότερο ανάπτυγμα από όλες τις γραμμές της σφαιρικής επιφάνειας που καταλήγουν στα Α και Β.



Σχήμα 3.6. Απόσταση δύο σημείων Α και Β μιας σφαίρας

Οριζόντια απόσταση δύο σημείων Α και Β της επιφάνειας του εδάφους ονομάζεται η απόσταση ανάμεσα στις ορθές προβολές Α΄ και Β΄ των δύο σημείων επάνω στο γεωειδές. Το γεωειδές όμως, σύμφωνα με την παραδοχή που έχομε κάνει, είναι σφαιρική επιφάνεια. Εάν συνεπώς θεωρήσομε το μέγιστο κύκλο του γεωειδούς, που διέρχεται από τα σημεία Α΄ και Β΄ προκύπτει ότι η οριζόντια απόσταση των Α και Β ισούται με το ανάπτυγμα του τόξου Α΄Τ Β΄ του μέγιστου αυτού κύκλου (σχ. 3.6.). Σημειώνεται ότι ο μέγιστος κύκλος των Α΄και Β΄ λαμβάνεται ως τομή του γεωειδούς από το κατακόρυφο επίπεδο των Α και Β.



Σχήμα 3.7. Το ανάπτυγμα του τόξου Α΄Τ Β΄

Προσδιορισμός του αναπτύγματος του τόξου Α΄ Τ Β'.

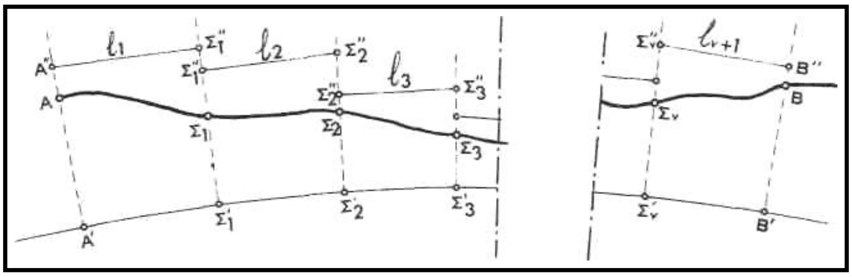
Εάν το τόξο Α΄ Τ Β' είναι πολύ μικρό σχετικά με την ακτίνα του γεωειδούς, τότε, χωρίς να διαπράττομε αισθητό σφάλμα, είναι δυνατό να δεχθούμε ότι το ανάπτυγμα του ισούται με τη χορδή Α΄Β΄ (σχ. 3.7.). (Το σχήμα αυτό παριστάνει την τομή του κατακόρυφου επιπέδου των Α και Β με την επιφάνεια του εδάφους και με το γεωειδές στην περιοχή των Α και Β).

Επίσης εάν από ένα σημείο της κατακόρυφης ΑΑ΄, έστω το Α΄΄, φέρομε την ευθεία Α΄΄Β΄΄ παράλληλη προς την Α΄Β΄, είναι δυνατόν να δεχθούμε ότι το ευθύγραμμο τμήμα Α΄΄Β΄΄ ισούται προς το Α΄Β΄, αρκεί το μήκος του Α΄Β΄ να μη υπερβαίνει ένα ορισμένο όριο, περίπου τα 200 m, και η απόσταση ΑΑ΄΄ να είναι σχετικά μικρή. Στην πράξη το Α΄΄ ή συμπίπτει με το Α ή απέχει το πολύ ένα έως ενάμισι μέτρο από αυτό, ανάλογα με τη μέθοδο μετρήσεως, που θα ακολουθήσομε.

Τελικά, ύστερα από τις υποθέσεις, που κάναμε, ο προσδιορισμός της οριζόντιας αποστάσεως των σημείων Α και Β ανάγεται στη μέτρηση του ευθύγραμμου τμήματος Α΄΄ Β΄΄.

Τι γίνεται όμως, όταν η απόσταση μεταξύ των Α΄ και Β΄ είναι μεγάλη, π.χ. 1500 m;

Τότε επάνω στην ευθυγραμμία των Α και Β, δηλαδή επάνω στην τομή της επιφάνειας του εδάφους από το κατακόρυφο επίπεδο των δύο σημείων, παρεμβάλλομε τα σημεία Σ,, $Σ_2$, $Σ_3$... $Σ_ν$ (σχ. 12.1 δ) έτσι ώστε τα ευθύγραμμα τμήματα $Α΄Σ΄_1$, $Σ΄_1Σ΄_2$, $Σ΄_2Σ΄_3$,... $Σ΄_ν$ Β΄ να είναι όλα μικρότερα από 200 m.



Σχήμα 3.8. Το ολικό μήκος της ευθυγραμμίας των Α και Β

Η οριζόντια απόσταση L των σημείων Α και Β λαμβάνεται τότε ίση προς το ολικό μήκος της τεθλασμένης γραμμής $Α΄Σ΄_1Σ΄_2Σ΄_3$,...,$Σ΄_ν$Β΄ ή προς το άθροισμα των ευθυγράμμων τμημάτων Α΄΄ $Σ΄΄_1$, $Σ΄΄_1Σ΄΄_2$, $Σ΄΄_2Σ΄΄_3$,... $Σ΄΄_ν$ Β΄΄. Εάν δηλαδή τεθεί $\ell_1 = Α΄΄Σ΄΄_1$, $\ell_2 = Σ΄΄_1 Σ΄΄_2$, $\ell_3 = Σ΄΄_2Σ΄΄_3$,... $\ell_{ν+1} = Σ΄΄_ν Β΄΄$ προκύπτει $L = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_{ν+1}$

3.3.2. Μέθοδοι μετρήσεως οριζοντίων αποστάσεων

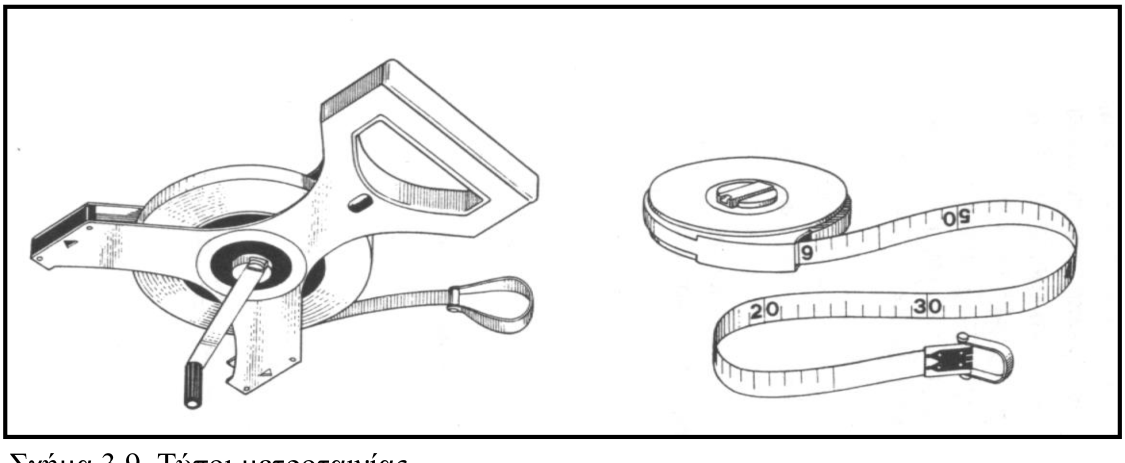
Υπάρχουν δύο είδη μετρήσεως μιας οριζόντιας αποστάσεως, η άμεση και η έμμεση. ***Άμεση*** λέγεται η μέτρηση κατά την οποία μετρούμε την ίδια την οριζόντια απόσταση, για την οποία ενδιαφερόμαστε. Η άμεση μέτρηση όμως δεν είναι πάντοτε εφικτή. Σε ορισμένες περιπτώσεις δυσχεραίνεται η παρεμποδίζεται τελείως από τις συνθήκες του εδάφους. Τότε συσχετίζομε την οριζόντια απόσταση L, που θέλομε να προσδιορίσομε, με διάφορα άλλα μεγέθη, μετράμε τα μεγέθη αυτά και βρίσκομε το L με υπολογισμό. Η συσχέτιση γίνεται με κατάλληλες γεωμετρικές ή τριγωνομετρικές σχέσεις. Αυτού του είδους η μέτρηση ονομάζεται ***έμμεση*** γιατί μεσολαβεί η άμεση μέτρηση άλλων μεγεθών.

3.3.2.1. Άμεση μέτρηση

α) Μέτρηση οριζοντίων αποστάσεων με μετροταινίες

Η μετροταινία είναι το βασικό Τοπογραφικό όργανο, που χρησιμοποιείται στη μέτρηση των αποστάσεων. Είναι ένα όργανο απλό. Αποτελείται από μια ταινία μεγάλης αντοχής και μικρού συντελεστή γραμμικής διαστολής, πλάτους ενός περίπου εκατοστού. Το μήκος της δεν είναι προκαθορισμένο. Υπάρχουν μετροταινίες 20m, 30m, 50m και 100m. Η ταινία στη μια άκρη της είναι κολλημένη πάνω σε ένα άξονα, γύρω από τον οποίο είναι σφικτά περιελιγμένη, ώστε να καταλαμβάνει μικρό όγκο. Το όλο σύστημα βρίσκεται μέσα σε μια πλαστική ή μεταλλική θήκη. Από μια μικρή σχισμή της θήκης προεξέχει ένα τμήμα της ταινίας. Το ελεύθερο άκρο της ταινίας καταλήγει σε ένα κρίκο, που χρησιμεύει στο να διευκολύνει το τέντωμα. Περνάμε δηλαδή μέσα από τον κρίκο μια μικρή ράβδο από ξύλο ή σίδερο και τη χρησιμοποιούμε ως λαβή.

Στο σχήμα 3.9. φαίνονται δύο τύποι μετροταινίας, στα αριστερά μια μετροταινία από λεπτό έλασμα και στα δεξιά μια μετροταινία από πλαστική ουσία μεγάλης αντοχής.



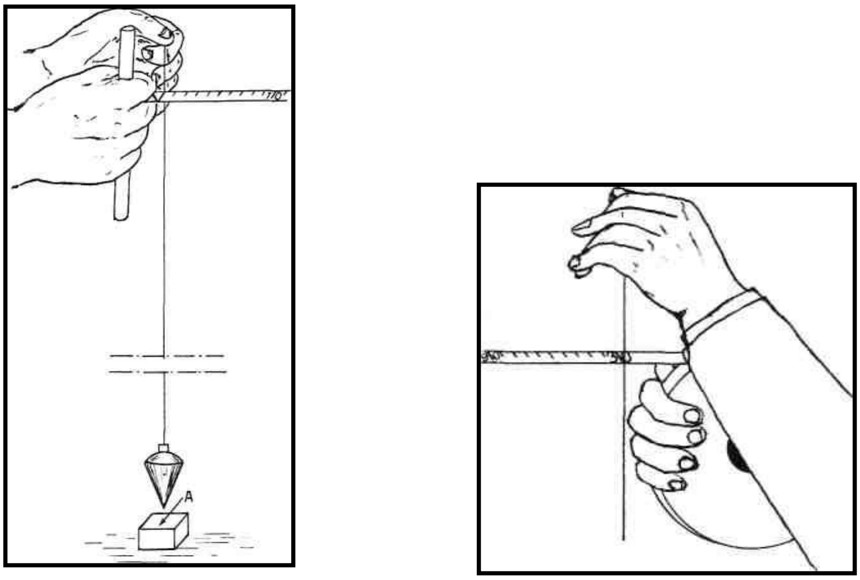
Σχήμα 3.9. Τύποι μετροταινίας.

Η μέτρηση της οριζόντιας αποστάσεως δύο σημείων, έστω των Α και Β γίνεται με την ακόλουθη διαδικασία.

Έστω ότι η απόσταση αυτή είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από το μήκος , μ , της ταινίας.

Η μέτρηση γίνεται από δύο μετρητές, που καθένας τους είναι εφοδιασμένος με ένα νήμα της στάθμης. Ο πρώτος κρατά το ελεύθερο άκρο της ταινίας και συγκεκριμένα τη ράβδο, που χρησιμεύει ως λαβή.

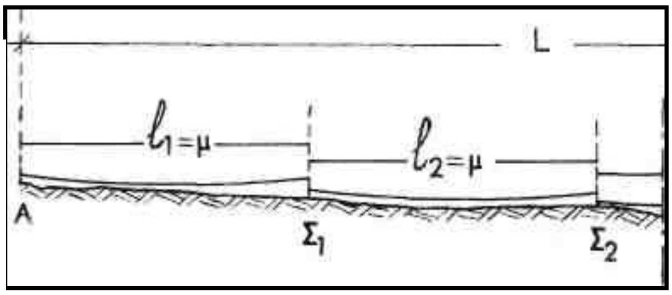
Ο δεύτερος κρατά την ταινία από τη θήκη της και κινείται στην ευθυγραμμία. Όταν ξετυλιχθεί όλο το μήκος της ταινίας, την τεντώνουν. Με το τέντωμα οι μετρητές επιδιώκουν ο πρώτος να κρατά το νήμα της στάθμης σε επαφή με την αρχή των διαιρέσεων και επάνω ακριβώς από το σημείο Α (σχ. 3.10), και ο δεύτερος να κρατά το νήμα της στάθμης σε επαφή με το τέλος των διαιρέσεων και να βρίσκεται ακριβώς στην ευθυγραμμία. Και οι δύο μετρητές επιδιώκουν **να κρατούν την ταινία οριζόντια.**



(α) (β)

Σχήμα 3.10. Χρήση της μετροταινίας

Όταν η μετροταινία τεντώσει καλά, ο δεύτερος μετρητής αφήνει το μεταλλικό σώμα του νήματος να αγγίζει το έδαφος και προσδιορίζει έτσι το πρώτο ενδιάμεσο σημείο Σ, δηλαδή το $Σ_1$ (σχ. 3.11.).



Σχήμα 3.11. Μέτρηση της οριζόντιας αποστάσεως δύο σημείων, με μετροταινία

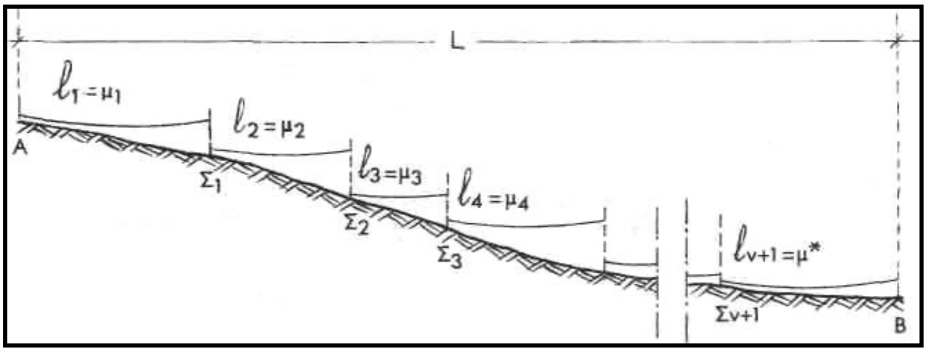
Για τον προσδιορισμό του $Σ_2$ αρκεί ο πρώτος μετρητής να μετακινηθεί στο σημείο Σ, και να επαναληφθεί η ίδια εργασία. Με τον ίδιο τρόπο προσδιορίζονται και τα άλλα ενδιάμεσα σημεία μέχρι και το τελευταίο, δηλαδή το $Σ_ν$. Η οριζόντια απόσταση $\ell_{ν+1}$ μεταξύ του $Σ_ν$ και του άκρου Β της ευθυγραμμίας θα είναι προφανώς μικρότερη από το μήκος μ της ταινίας.

Η ολική οριζόντια απόσταση L μεταξύ των σημείων Α και Β θα προκύψει από τη σχέση:

$L = ν \, . \, μ + μ^*$

όπου μ το μήκος της ταινίας, μ* η διαίρεση της ταινίας, με την οποία συνέπεσε το νήμα της στάθμης επάνω από το Β, και ν σημαίνει πόσες φορές χρησιμοποιήθηκε η ταινία σε όλο το μήκος της.

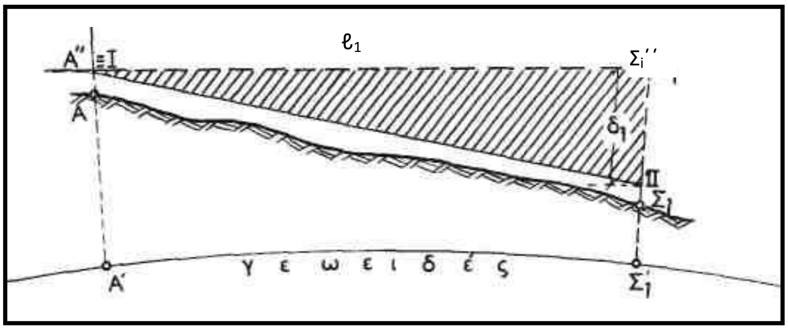
Αυτή η μέθοδος μετρήσεως, κατά την οποία ξετυλίγεται όλο το μήκος της ταινίας, μπορεί να εφαρμοσθεί, όταν το έδαφος είναι σχεδόν οριζόντιο ή έχει πολύ μικρή κλίση, γιατί τότε μόνο είναι δυνατό να κρατάμε την ταινία οριζόντια. Εάν μάλιστα το έδαφος είναι και οριζόντιο και ομαλό, αποθέτομε κατά τη μέτρηση την ταινία πάνω στο έδαφος, οπότε εξουδετερώνομε το βέλος κάμψεως. Σε ορεινά εδάφη όμως, όπου η κλίση κατά μήκος της ευθυγραμμίας είναι και μεγάλη και ποικίλη, αναγκαζόμαστε να μετράμε με μειωμένο μήκος ταινίας. Όσο μάλιστα αυξάνει η κλίση της ευθυγραμμίας μεταξύ των διαδοχικών σημείων Σ, τόσο ελαττώνεται το μήκος μ. Αυτό έχει το μειονέκτημα να χρονοτριβούμε κατά τη μέτρηση, έχει όμως και το πλεονέκτημα ότι λόγω του μειωμένου μήκους της ταινίας το τέντωμα είναι πιο καλό και συνεπώς η μέτρηση γίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια.



Σχήμα 3.11. Μέτρηση της οριζόντιας αποστάσεως σε ορεινά εδάφη με μεγάλη και ποικίλη κλίση κατά μήκος της ευθυγραμμίας

Όταν οι κλίσεις της ευθυγραμμίας Α Β είναι πολύ μεγάλες, μπορεί να εφαρμοστεί και μια άλλη μέθοδος μετρήσεως.

Αντί να κρατάμε την ταινία οριζόντια, την κρατάμε παράλληλη προς την κλίση της ευθυγραμμίας. Αυτό επιτυγχάνεται, εάν κατά το τέντωμα τα άκρα της ταινίας απέχουν εξίσου από το έδαφος (σχ. 3.12.). Κατά τα άλλα ο προσδιορισμός των ενδιαμέσων σημείων Σ γίνεται όπως στην περίπτωση πεδινού εδάφους.



Σχήμα 3.13. Μέτρηση της οριζόντιας αποστάσεως σε εδάφη με μεγάλη κλίση κατά μήκος της ευθυγραμμίας

Ο προσδιορισμός της πρώτης τμηματικής αποστάσεως, ℓ_1, και ανάλογα οι άλλες, υπολογίζεται με δύο τρόπους είτε από τη μέτρηση της υψομετρικής διαφοράς δ_1, είτε από τη μέτρηση της κατακόρυφης γωνίας $\hat{\omega} = \mathrm{II} - \mathrm{I} - \Sigma_1''$.

Με τον πρώτο τρόπο το ℓ_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\ell_1 = \sqrt{(\mathrm{A}''\mathrm{II})^2 - \delta_1^2}$$

Με το δεύτερο τρόπο υπολογίζεται πρώτα η $\hat{\omega} = \mathrm{II} - \mathrm{I} - \Sigma_1''$ σύμφωνα με την παράγραφο 3.1.2. και κατόπιν το ℓ_1 από τη σχέση $\ell_1 = (\mathrm{A}''\mathrm{II})\,\eta\mu\hat{\omega}$

Ο τρόπος με τον οποίο προσδιορίζονται οι διαφορές υψομέτρων δ, λέγεται ***χωροστάθμηση***, και γίνεται με διαφόρους τρόπους.

α_1) Ακρίβεια μετρήσεως

Εκείνο, που πρέπει να τονίσομε για τις μετρήσεις μικρής ή μέσης ακρίβειας, είναι η ανάγκη να τεντώνεται η μετροταινία όσο γίνεται περισσότερο. Αυτό δεν είναι και τόσο εύκολο, όσο φαίνεται εκ πρώτης όψεως, ιδίως μάλιστα όταν φυσά δυνατός άνεμος. Ένας άλλος σοβαρός συντελεστής της ακρίβειας της μετρήσεως είναι η οριζοντιότητα της μετροταινίας. Επειδή συνήθως η οριζοντιότητα αυτή ελέγχεται με το μάτι, οι μετρητές πρέπει να είναι αρκετά εξασκημένοι, ώστε να μη διαπράττουν σοβαρά σφάλματα κατά τη μέτρηση.

Στις συνηθισμένες μετρήσεις με μετροταινία η ακρίβεια μετρήσεως κυμαίνεται από 5 έως 3 cm στα 100 m. Στις μετρήσεις μεγάλης ακρίβειας μπορεί να φθάσει το 1 cm στα 100 m.

Η μέτρηση μιας οριζόντιας απόστασης δεν γίνεται μία φορά αλλά επαναλαμβάνεται 3 έως 6 φορές ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια, και βγαίνει ο μέσος όρος των μετρήσεων. Η κάθε νέα μέτρηση γίνεται με την αντίθετη κατεύθυνση από τυην προηγούμενη (aller-retour) .

β) Μέτρηση των αποστάσεων με Laser

β_1) Γενικά

Τα lasers είναι διατάξεις παραγωγής (οπτικών) ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων με τη μέθοδο της «εξαναγκασμένης εκπομπής ακτινοβολίας».

Η λέξη laser (λέιζερ) προέρχεται από τα αρχικά των λέξεων «**Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation**» που στα ελληνικά σημαίνει «**ενίσχυση φωτός με εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας**». Όπως γίνεται λοιπόν αντιληπτό, το laser είναι ένας ενισχυτής φωτός.

Ιστορικά αναφέρεται ότι ο Albert Einstein είχε αποδείξει τη δυνατότητα ύπαρξης της «εξαναγκασμένης εκπομπής ακτινοβολίας» από το 1917.

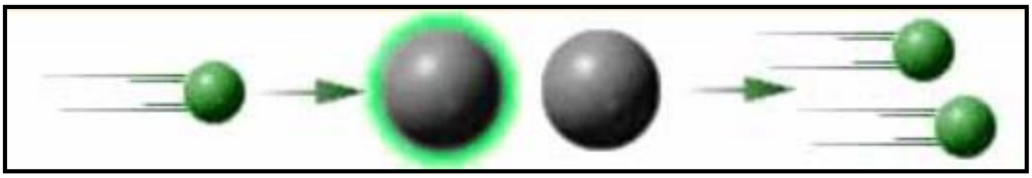
Το 1958 υποδείχθηκε η αρχή λειτουργίας του laser από τους C. H. Towns (Τάουνς) και A. L. Schawlow (Σάλοου). Το 1960 κατασκευάστηκε από τον T. H. Maiman (Μέιμαν) το πρώτο laser ρουμπινιού (ρουβιδίου).

β_2) Η «εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας»

Όταν ένα φωτόνιο κατάλληλης ενέργειας που ανήκει σε ευθύγραμμη δέσμη φωτός, χτυπήσει άτομο που βρίσκεται στη θεμελιώδη του κατάσταση, το διεγείρει σε μια κατάσταση υψηλότερης ενέργειας, και όταν το άτομο αυτό ξαναγυρίζει στη θεμελιώδη του κατάσταση, κατευθείαν από την διεγερμένη, εκπέμπει πάλι φωτόνιο ίδιας συχνότητας με το αρχικό (δηλαδή ιδίου χρώματος), αλλά προς τυχαία κατεύθυνση.

Έτσι στην αρχική κατεύθυνση του φωτός, η δέσμη μετά το πέρασμά της από την περιοχή που βρίσκονται τα άτομα της ύλης, δεν περιέχει πια την συγκεκριμένη συχνότητα, η οποία φαίνεται ότι απορροφήθηκε από την ύλη.

Ο Einstein όμως έδειξε ότι αν ένα φωτόνιο χτυπάει ένα άτομο ήδη διεγερμένο,(σχ.3.14.), μοιάζει σαν να αφήνει το άτομο να περνάει το αρχικό φωτόνιο στην ίδια κατεύθυνση που πήγαινε, ενώ συγχρόνως εκπέμπει και αυτό ένα όμοιο φωτόνιο προς την ίδια εμπρόσθια κατεύθυνση. Αυτό είναι ακριβώς το κλειδί που εξηγεί την λειτουργία του λέιζερ. Όταν ένα φωτόνιο χτυπήσει ένα ήδη διεγερμένο άτομο, το άτομο εκπέμπει ένα νέο φωτόνιο, που είναι απόλυτα όμοιο με το προσπίπτον: ίδιο χρώμα, και ίδια κατεύθυνση. Ονομάζουμε αυτή τη διαδικασία, "εξαναγκασμένη εκπομπή".



Σχήμα 3.14. Ένα φωτόνιο χτυπάει ένα διεγερμένο άτομο (αριστερά) και το άτομο εκπέμπει ένα ακριβώς όμοιο φωτόνιο (δεξιά)

Από ένα λοιπόν αρχικό φωτόνιο έχουμε δύο όμοια φωτόνια "κλώνους", και αν αυτά χτυπήσουν νέα άτομα γίνονται 4 όμοια φωτόνια κ.οκ. Είναι φανερό ότι έτσι πετυχαίνουμε ενίσχυση του φωτός, με απολύτως όμοια φωτόνια.

Αλλά για να διεγείρομε ένα άτομο πρέπει προηγουμένως να έχομε χρησιμοποιήσει πάλι ένα φωτόνιο για το σκοπό αυτό. Αν λοιπόν για να πάρομε 2 φωτόνια χρησιμοποιούμε άλλα δύο, ποιό το όφελος; Πως θα πετύχομε την ενίσχυση του φωτός;

Σωστά μέχρι εδώ, γι’ αυτό ξεκινάμε τη διαδικασία με ένα σωρό από διεγερμένα άτομα, που δεν τα έχουμε διεγείρει με φωτόνια, και στη συνέχεια, ένα φωτόνιο που περνάει μέσα από την περιοχή των ατόμων, ξεκινάει τη διαδικασία της χιονοστιβάδας. Το θέμα λοιπόν είναι πως πετυχαίνουμε την αρχική μαζική διέγερση των ατόμων, αφού είναι γνωστό ότι τα άτομα στη συνηθισμένη τους κατάσταση βρίσκονται στη θεμελιώδη τους στάθμη.

Κάτι τέτοιο δεν είναι και τόσο εύκολο, αλλά πάντως το πετυχαίνουμε είτε με "αντλίες ηλεκτρικής ενέργειας" επί των ατόμων, είτε φωτίζοντάς τα με φως διαφορετικών συχνοτήτων από τη συχνότητα του φωτός που θα ενισχυθεί και θα μας δώσει το λέιζερ. Και με τις δύο διαδικασίες, διεγείρουμε τα άτομα σε αρκετά υψηλότερες ενεργειακές στάθμες, και μετά αυτά - κάτω από ειδικές συνθήκες μεταπηδούν και συσσωρεύονται σε κάποια ενδιάμεση διεγερμένη στάθμη, αντί να πάνε ξανά πίσω στη θεμελιώδη. Αυτό ονομάζεται "αντιστροφή πληθυσμών." Στο παρακάτω εικονικό πείραμα, δείτε πως δουλεύει όλη αυτή η διαδικασία.

Πως όμως θα τα καταφέρουμε ώστε οι δεσμίδες των φωτονίων που θα εκπεμφθούν από τις ομάδες των διεγερμένων ατόμων να αποκτήσουν αφ' ενός την ίδια κατεύθυνση όλες τους και αφ' ετέρου να ενισχυθούν στο βαθμό που εμείς επιθυμούμε;

Το κόλπο είναι να βάλουμε μια τέτοια δεσμίδα φωτονίων να ταξιδέψει πολλές φορές εμπρός-πίσω σε μια ευθεία, μέχρι να αποκτήσει την επιθυμητή ένταση. Αυτό το πετυχαίνουμε χρησιμοποιώντας καθρέφτες που ανακλούν τα φωτόνια εμπρός-πίσω σε μια ευθεία δια μέσω της περιοχής των ατόμων. Το επόμενο εικονικό πείραμα μας δείχνει τη διαδικασία αυτή χρησιμοποιώντας είτε την κυματική, είτε τη σωματιδιακή υπόσταση του φωτός. Ουσιαστικά όμως πρόκειται για το ίδιο πράγμα. Στην κυματική εικόνα βέβαια, το φως του λέιζερ που παριστάνεται ανάμεσα στους καθρέφτες, έχει τα χαρακτηριστικά του στάσιμου κύματος.

Παρατηρούμε ότι αν η ενεργειακή άντληση των σταθμών είναι αρκετά υψηλή, δημιουργείται προοδευτικά, μια αρκετά ισχυρή δεσμίδα φωτονίων μεταξύ των κατόπτρων. Παρατηρούμε επίσης ότι ο δεξιός καθρέφτης είναι ημιπερατός και μια ποσότητα φωτονίων διαφεύγει μέσω αυτού προς τα δεξιά. Με τον τρόπο αυτό ωφελούμαστε από τη δέσμη λέιζερ. Θα ήταν άχρηστη αν βρισκόταν μόνιμα μεταξύ των κατόπτρων.

Στις πραγματικές συσκευές λέιζερ, όπως π.χ. στα λέιζερ-δείκτες που χρησιμοποιούμε για να δείχνουμε, η όλη διαδικασία γίνεται μερικά δισεκατομμύρια φορές ταχύτερα απ' ότι δείξαμε στα παραπάνω εικονικά πειράματα. Επίσης στα πραγματικά λέιζερ, τα άτομα είναι περίπου ένα δισεκατομμύριο φορές μικρότερα και υπάρχουν περίπου μερικά δισεκατομμύρια από αυτά στη διεγερμένη κατάσταση κατά την αντιστροφή του πληθυσμού.

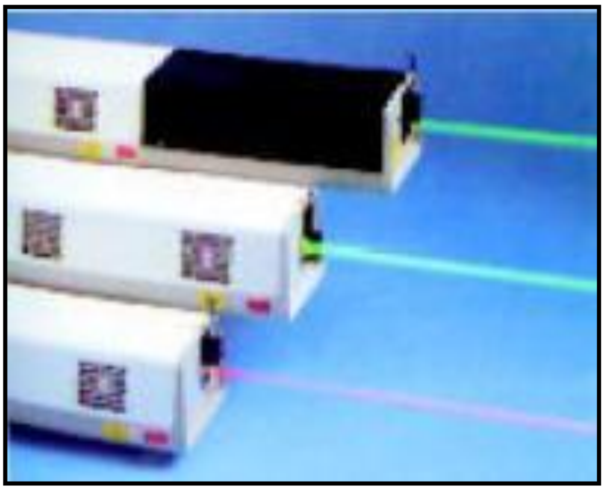
Το Laser (ενίσχυση φωτός με εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας) είναι διάταξη παραγωγής ακτινοβολιών στο ορατό μέρος της Η/Μ περιοχής. Στην πραγματικότητα το λέιζερ είναι ένας ενισχυτής φωτός που μετατρέπεται σε πηγή όταν μέρος της ισχύος εξόδου επαναφέρεται με κατάλληλη φάση στην είσοδο. Έτσι στο λέιζερ συναντώνται και η πηγή και ο ενισχυτής.

Σε ένα laser ρουβιδίου, λευκό φως από τη λυχνία ξένου που αναβοσβήνει φωτίζει το ρουβίδιο (οξείδιο του αργιλίου), και δημιουργεί τη λεγόμενη "οπτική άντληση", διεγείροντας έτσι τα μόρια στη ράβδο ρουβιδίου ώστε να εκπέμψουν ένα βαθύ κόκκινο παλμό. Ανάμεσα στα άκρα του ρουβιδίου υπάρχουν δύο κάτοπτρα (οπτικά αντηχεία- το ένα ημιπερατό και το άλλο ανακλά όλο το φως), ανάμεσα στα οποία ταλαντώνεται το φως έως ότου ενισχυθεί μέχρι ενός σημείου και στο τέλος το φως ξεφεύγει από την κοιλότητα ενισχυμένο.

β_3) Χαρακτηριστικά του φωτός laser

Το φως laser, που εκπέμπεται, έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά, που το διαφοροποιούν από το φως άλλων φωτεινών πηγών:

- **Κατευθυντικότητα**. Η δέσμη φωτός είναι πολύ λεπτή και μένει παράλληλη, ακόμα και αν ταξιδέψει μεγάλες αποστάσεις, όπως από τη Γη στη Σελήνη.
- **Μονοχρωματικότητα**. Το φως που εκπέμπεται από μία πηγή laser έχει μια συγκεκριμένη συχνότητα (χρώμα).
- **Λαμπρότητα**. Η δέσμη laser συγκεντρώνει μεγάλη οπτική ισχύ και, επειδή είναι πολύ λεπτή, είναι χιλιάδες φορές λαμπρότερη από τον Ήλιο. Γι' αυτό το λόγο δεν πρέπει να κατευθύνεται η δέσμη στα μάτια.
- **Συμφωνία φάσης**. Το φωτόνιο που προκαλεί την αποδιέγερση αναδύεται μαζί με το φωτόνιο που εκπέμπεται. Αυτό συμβαίνει σε όλες τις διαδοχικές αποδιεγέρσεις.
- **Εστίαση**. Επειδή έχει μεγάλη κατευθυντικότητα και είναι μονοχρωματική, μπορεί να εστιαστεί με κατάλληλους φακούς.



Σχήμα 3.19. Εργαστηριακά "κανόνια" lasers με διαφορετικά χρώματα.

Σχήμα 3.20. Συσκευή μέτρησης των αποστάσεων με ακτίνες lasers.

3.3.2.2. Έμμεση μέτρηση

Η έμμεση μέτρηση μιας οριζόντιας απόστασης εφαρμόζεται, όταν το έδαφος παρουσιάζει διάφορα εμπόδια, που δεν επιτρέπουν την άμεση μέτρηση της απόστασης αυτής. Κατά την έμμεση μέτρηση συσχετίζεται η οριζόντια απόσταση L, που πρέπει να μετρηθεί, με διάφορα άλλα μεγέθη τέτοια, ώστε να μπορούν να μετρηθούν αμέσως. Τα μεγέθη με τα οποία συσχετίζεται το L είναι είτε μόνο οριζόντιες αποστάσεις, οπότε η συσχέτιση γίνεται γεωμετρικώς, είτε οριζόντιες αποστάσεις και οριζόντιες γωνίες, οπότε η συσχέτιση γίνεται τριγωνομετρικώς.

α) Μέτρηση της οριζόντιας απόστασης μεταξύ δύο σημείων με αμοιβαία ορατότητα

Μεταξύ των σημείων Α και Β υπάρχει αμοιβαία ορατότητα (δηλαδή, αν κάποιος σταθεί στο ένα σημείο, έχει τη δυνατότητα να δει το άλλο), ***αλλά μεσολαβεί αδιάβατο έδαφος.***

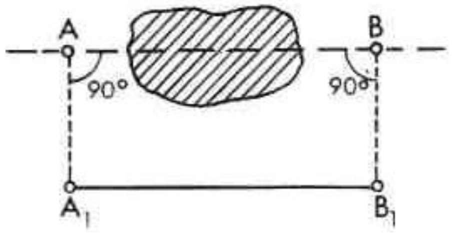
α$_1$) *Γεωμετρική επίλυση*

Στα δύο σημεία Α και Β υψώνονται οι κάθετες AA_1 και BB_1 επί την ευθυγραμμία ΑΒ όπως φαίνεται στο σχήμα 3.21. Στις κάθετες αυτές ορίζονται τα σημεία A_1 και B_1 ούτως ώστε $AA_1 = BB_1$ καθώς επίσης να είναι δυνατή η άμεση μέτρηση της οριζόντιας απόστασης A_1B_1

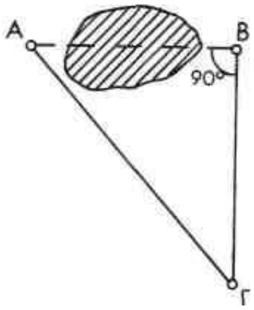
Από το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ABB_1A_1 προκύπτει ότι $AB = A_1B_1$. Επομένως αντί της οριζόντιας αποστάσεως των σημείων Α και Β μετράται η οριζόντια απόσταση των σημείων A_1 και B_1.

Άλλος τρόπος έμμεσης μετρήσεως είναι να σχηματιστεί αντί του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου ABB_1A_1 το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ , σχήμα 3.21., στο οποίο μετρώνται οι οριζόντιες αποστάσεις ΒΓ και ΑΓ και με εφαρμογή του Πυθαγορείου θεωρήματος προκύπτει:

$$AB = \sqrt{A\Gamma^2 + B\Gamma^2}$$



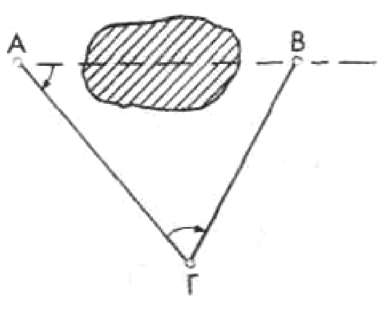
Σχήμα 3.21.



Σχήμα 3.22.

α$_2$) *Τριγωνομετρική επίλυση*

Ορίζεται το σημείο Γ τέτοιο ώστε ώστε και να υπάρχει αμοιβαία ορατότητα μεταξύ αυτού και των σημείων Α και Β και να είναι δυνατή η άμεση μέτρηση μιας από τις οριζόντιες αποστάσεις ΑΓ και Β Γ, έστω της Β Γ, σχήμα 3.23.



Σχήμα 3.23.

Μετράται στη συνέχεια η οριζόντια απόσταση ΒΓ και οι οριζόντιες γωνίες ΒΑΓ και ΑΓΒ. Στο τρίγωνο ΑΒΓ από το νόμο του ημίτονου προκύπτει:

$$\frac{\mathrm{Β Γ}}{\eta\mu \mathrm{Α}} = \frac{\mathrm{Α Β}}{\eta\mu \Gamma} \text{ . Επομένως } \quad \mathrm{Α Β} = \frac{\mathrm{Β}\Gamma\eta\mu\Gamma}{\eta\mu \mathrm{Α}}$$

β) Μέτρηση της οριζόντιας απόστασης μεταξύ δύο σημείων που δεν έχουν αμοιβαία ορατότητα

β1) *Γεωμετρική επίλυση*

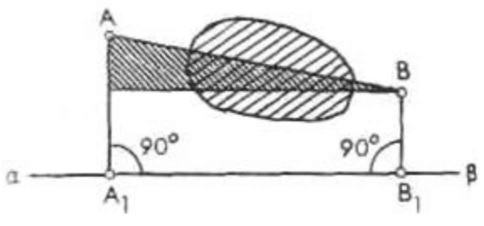
Χαράσσεται επάνω στο έδαφος μία ευθυγραμμία, έστω η αβ, σχήμα 3.24. Από τα σημεία Α και Β υψώνονται οι κάθετες $ΑΑ_1$ και $ΒΒ_1$ προς την ευθυγραμμία αυτή.

Έπειτα μετρώνται οι οριζόντιες αποστάσεις $ΑΑ_1$, $ΒΒ_1$ και $Α_1Β_1$. Από το διαγραμμισμένο ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος προκύπτει:

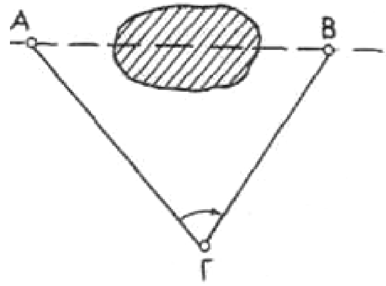
$$\mathrm{ΑΒ} = \sqrt{\mathrm{Α_1Β_1}^2 + \left(\mathrm{ΑΑ_1} - \mathrm{ΒΒ_1}\right)^2}$$

β2) *Τριγωνομετρική επίλυση*

Ορίζεται το σημείο Γ τέτοιο ώστε από αυτό να είναι ορατά και τα δύο σημεία Α και Β. Κατόπιν μετράται η οριζόντια γωνία ΑΓΒ και οι οριζόντιες αποστάσεις ΑΓ και ΒΓ. Από το τρίγωνο ΑΒΓ προκύπτει: $(\mathrm{ΑΒ}) = \sqrt{(\mathrm{Α}\Gamma)^2 + (\mathrm{Β}\Gamma)^2 - 2\,(\mathrm{Α}\Gamma)\,(\mathrm{Β}\Gamma)\ \sigma\upsilon\nu\Gamma}$



Σχήμα 3.24.



Σχήμα 3.25.

γ) Μέτρηση της οριζόντιας απόστασης μεταξύ δύο σημείων που έχουν αμοιβαία ορατότητα μεσολαβεί όμως μεταξύ τους αδιάβατο έδαφος σε πολύ μεγάλη έκταση

γ1) *Γεωμετρική επίλυση*

Στο σημείο Β υψώνεται η κάθετος προς την ευθυγραμμία ΑΒ και επάνω σε αυτή ορίζεται τυχόν σημείο Γ, σχήμα 3.26.. Ατο σημείο Γ υψώνεται η κάθετος προς την ευθυγραμμία ΒΓ και επάνω σε αυτή ορίζεται τυχόν σημείο Δ. Κατόπιν ορίζεται το σημείο τομής των ευθυγραμμιών ΑΔ και ΒΓ, δηλαδή το σημείο Ε με διαδοχικές σκοπεύσεις από το Γ προς το Β και από το Δ προς το Α. Στη συνέχεια μετρώνται οριζόντιες αποστάσεις ΒΕ, ΕΓ και ΓΔ. Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΓΔΕ είναι όμοια.

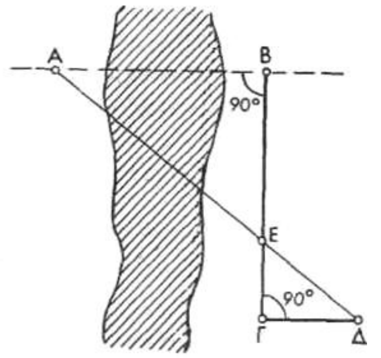
Επομένως:

$$\frac{(\Gamma\Delta)}{(AB)} = \frac{(\Gamma E)}{(BE)} \quad \text{οπότε} \quad (AB) = \frac{(\Gamma\Delta)(\Gamma E)}{(BE)}$$

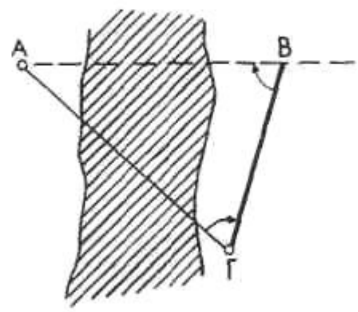
γ2) *Τριγωνομετρική επίλυση*

Ορίζεται το τυχόν σημείο Γ και μετρώνται οι γωνίες ΑΓΒ και ΑΒΓ και η απόσταση ΒΓ, σχήμα 3.27. Υπολογίζεται η γωνία ΓΑΒ =180^0 – ΑΓΒ – ΑΒΓ.

Από το νόμο του ημίτονου προκύπτει: $(AB) = \dfrac{(B\Gamma)\eta\mu\Gamma}{\eta\mu A}$



Σχήμα 3.26.



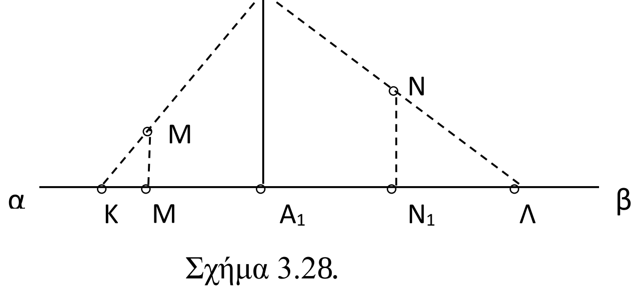
Σχήμα 3.27.

δ) Μέτρηση της οριζόντιας απόστασης μεταξύ δύο σημείων δεν είναι προσιτά σ' αυτούς που διεξάγουν τη μέτρηση (είναι όμως καλά επισημασμένα).

δ1) *Γεωμετρική επίλυση*

Χαράσσεται στο έδαφος η τυχούσα ευθυγραμμία αβ , σχήμα 3.28. Από τα σημεία Α και Β υψώνονται οι κάθετες AA_1 και BB_1 επί την αβ.

Η χάραξη της καθέτου σε μία ευθεία από ένα σημείο εκτός αυτής το οποίο είναι ορατό αλλά όχι προσιτό, γίνεται με την ακόλουθη διαδικασία:



Σχήμα 3.28.

Από δύο τυχόντα σημεία Κ και Λ της αβ σκοπεύομε προς το σημείο Α και μετράμε τις γωνίες ΑΚΛ και ΑΛΚ, σχήμα 3.28. Από δύο τυχόντα σημεία Μ και Ν των ΑΚ και ΑΛ φέρονται οι κάθετες προς την αβ, οι $ΜΜ_1$ και $ΝΝ_1$. Μετρώνται τα μήκη $ΚΜ_1$, $ΜΜ_1$, $ΓΝ_1$ και $ΝΝ_1$.

Από τα όμοια τρίγωνα $ΑΚΑ_1$ και $ΜΚΜ_1$ καθώς και από τα $ΑΛΑ_1$ και $ΝΛΝ_1$ προκύπτει:

$$\frac{(ΚΜ_1)}{(ΚΑ_1)} = \frac{(ΜΜ_1)}{(ΑΑ_1)} \Rightarrow (ΑΑ_1) = \frac{(ΜΜ_1)(ΚΑ_1)}{(ΚΜ_1)} \quad \text{και}$$

$$\frac{(ΛΝ_1)}{(ΛΑ_1)} = \frac{(ΝΝ_1)}{(ΑΑ_1)} \Rightarrow (ΑΑ_1) = \frac{(ΝΝ_1)(ΛΑ_1)}{(ΛΝ_1)}$$

Επομένως

$$\frac{(ΜΜ_1)(ΚΑ_1)}{(ΚΜ_1)} = \frac{(ΝΝ_1)(ΛΑ_1)}{(ΛΝ_1)}$$ και επειδή $ΚΑ_1+Α_1Λ = ΚΛ$ προκύπτει ότι:

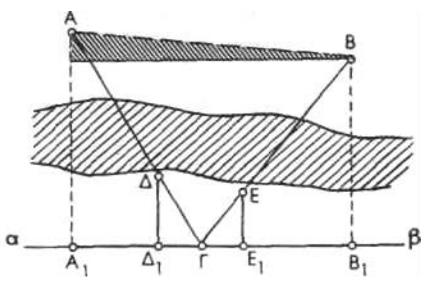
$$\frac{(ΜΜ_1)(ΚΑ_1)}{(ΚΜ_1)} = \frac{(ΝΝ_1)(ΚΛ - ΚΑ_1)}{(ΛΝ_1)} \Rightarrow ΚΑ_1\left[\frac{(ΜΜ_1)}{(ΚΜ_1)} + \frac{(ΝΝ_1)}{(ΛΝ_1)}\right] = \frac{(ΝΝ_1)(ΚΛ)}{(ΛΝ_1)}$$

και τελικά: $$ΚΑ_1 = \frac{\dfrac{(ΝΝ_1)(ΚΛ)}{(ΛΝ_1)}}{\left[\dfrac{(ΜΜ_1)}{(ΚΜ_1)} + \dfrac{(ΝΝ_1)}{(ΛΝ_1)}\right]} = \frac{(ΝΝ_1)(ΚΛ)}{(ΛΝ_1)\left[\dfrac{(ΜΜ_1)}{(ΚΜ_1)} + \dfrac{(ΝΝ_1)}{(ΛΝ_1)}\right]}$$

Άρα αν από το σημείο Κ μετρηθεί πάνω στην ΚΛ απόσταση ίση με $ΚΑ_1$ προκύπτει το σημείο $Α_1$ το οποίο είναι ο πόδας της κάθετης που άγεται από σημείο Α προς την ευθεία αβ.

Μετά την χάραξη των καθέτων $ΑΑ_1$ και $ΒΒ_1$, ορίζεται το τυχόν το σημείο Γ πάνω στην ευθυγραμμία $Α_1Β_1$ και έπειτα τα τυχόντα σημεία Δ και Ε πάνω στις ευθυγραμμίες ΓΑ και ΓΒ αντιστοίχως, σχήμα 3.29. Κατόπιν από τα σημεία Δ και Ε φέρονται οι κάθετες $ΔΔ_1$ και $ΕΕ_1$ επί την ευθυγραμμία αβ.

Από τα όμοια τρίγωνα $ΓΑΑ_1$ και $ΓΔΔ_1$ θα προκύπτει:



Σχήμα 3.29.

$$\frac{(ΑΑ_1)}{(ΔΔ_1)} = \frac{(Α_1Γ)}{(Δ_1Γ)} \quad \text{οπότε} \quad (ΑΑ_1) = \frac{(Α_1Γ)\,(ΔΔ_1)}{(Δ_1Γ)}$$

Επίσης από τα όμοια τρίγωνα $ΓΒΒ_1$ και $ΓΕΕ_1$ προκύπτει:

$$\frac{(ΒΒ_1)}{(ΕΕ_1)} = \frac{(Β_1Γ)}{(Ε_1Γ)} \quad \text{οπότε} \quad (ΒΒ_1) = \frac{(Β_1Γ)\,(ΕΕ_1)}{(Ε_1Γ)}$$

Τελικώς η ΑΒ προκύπτει από τη σχέση:

$$(ΑΒ) = \sqrt{(Α_1Β_1)^2 + \left((ΑΑ_1) - (ΒΒ_1)\right)^2}$$

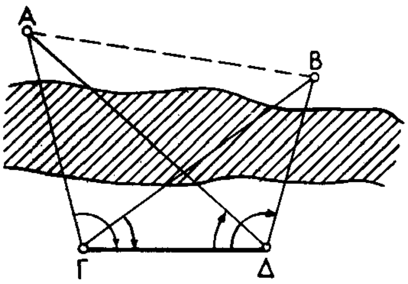
όπου η μεν $Α_1Β_1$ έχει μετρηθεί αμέσως, οι δε $ΑΑ_1$ και $ΒΒ_1$ έχουν υπολογισθεί.

δ2) *Τριγωνομετρική επίλυση*

Ορίζονται δύο σημεία τα Γ και Δ και μετρώνται οι οριζόντιες γωνίες ΑΓΔ, ΒΓΔ, ΓΔΑ και ΓΔΒ, καθώς και η πλευρά ΓΔ.

Από τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΔ προκύπτει αντίστοιχα:

$$(ΑΔ) = \frac{(ΓΔ)\,ημΑΓΔ}{ημ(180^0 - ΑΓΔ - ΓΔΑ)} \qquad (ΒΔ) = \frac{(ΓΔ)\,ημ\,ΔΓΒ}{ημ(180^0 - ΔΓΒ - ΓΔΑ - ΑΔΒ)}$$



Σχήμα 3.30.

Στο τρίγωνο ΑΒΔ είναι γνωστή η γωνία ΑΔΒ από άμεση μέτρηση και οι πλευρές ΑΔ και ΒΔ από υπολογισμό.

Επομένως :

$$(ΑΒ) = \sqrt{(ΑΔ)^2 + (ΒΔ)^2 - 2\,(ΑΔ)\,(ΒΔ)\;συν(ΑΔΒ)}$$

3.3.3 Ασκήσεις

Άσκηση 1

Για τη μέτρηση του πλάτους (ΑΒ) ενός ποταμού, δηλαδή της οριζόντιας απόστασης δυο σημείων Α και Β τα οποία βρίσκονται στις δυο όχθες του ορίστηκαν τα σημεία Γ και Δ μετρήθηκαν οι γωνίες ΑΓΒ = $(25+0{,}1N)^0$, ΑΓΔ = $(100+0{,}1N)^0$, ΒΔΑ = $(20+0{,}1N)^0$ και ΓΔΑ = $(50+0{,}05N)^0$ και η απόσταση (ΓΔ) =(15+0,2N) m . Να υπολογιστεί το πλάτος (ΑΒ) του ποταμού. Δίδεται N=3

<u>Λύση</u>

Δεδομένα:

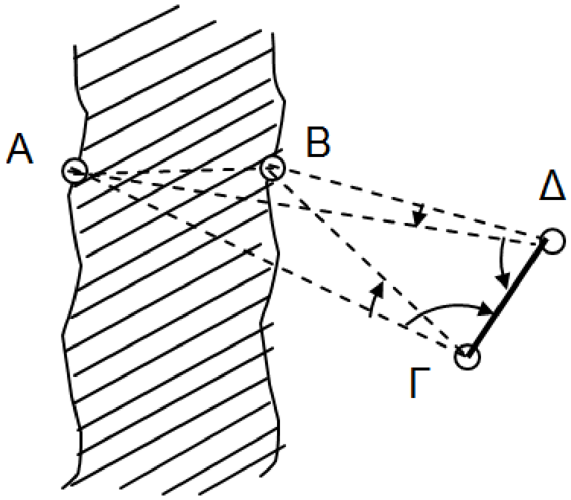
Γωνία ΑΓΒ = (25,00 +0,1 x 3) μοίρες = 25,3 μοίρες

Γωνία ΑΓΔ = (100,00 +0,1 x 3) μοίρες = 100,3 μοίρες

Γωνία ΒΔΑ = (20,00 +0,1 x 3) μοίρες = 20,3 μοίρες

Γωνία ΓΔΑ = (50,00 +0,05 x 3) μοίρες = 50,15 μοίρες

και μήκος (ΓΔ) = (15,00 + 0,2 x 3) m = 15,6 m



Από τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΔ προκύπτει αντίστοιχα:

$$(\text{ΑΔ}) = \frac{(\text{ΓΔ})\text{ημΑΓΒ}}{\text{ημ}(180^0 - \text{ΑΓΔ} - \text{ΓΔΑ})} = \frac{16{,}60{,}00 * \text{ημ}100{,}3^0}{\text{ημ}(180^0 - 100{,}3^0 - 50{,}15^0)} = 31{,}122 \text{ m}$$

$$(\text{ΑΓ}) = \frac{(\text{ΑΔ})\text{ημΓΔΑ}}{\text{ημΑΓΔ}} = \frac{31{,}122 * \text{ημ}50{,}15^0}{\text{ημ}100{,}3^0} = 24{,}284 \text{ m}$$

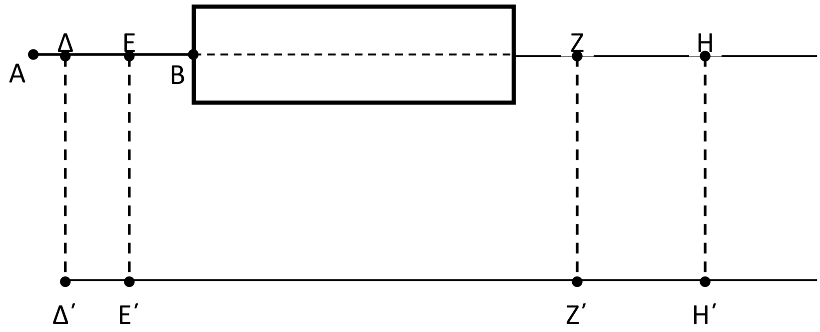
$$(\text{ΒΔ}) = \frac{(\text{ΓΔ})\text{ημΔΓΒ}}{\text{ημ}(180^0 - \text{ΧΓΔ} - \text{ΓΔΑ} - \text{ΑΔΒ})} = \frac{15{,}60 * \text{ημ}(100{,}3^0 - 25{,}3^0)}{\text{ημ}(180^0 - 100{,}3^0 + 25{,}3^0 - 50{,}15^0 - 20{,}3^0)} = 26{,}57 \text{ m}$$

Από το νόμο του συνημίτονου: $(\text{ΑΒ}) = \sqrt{(\text{ΑΔ})^2 + (\text{ΒΔ})^2 - 2(\text{ΑΔ})(\text{ΒΔ})\text{συνΒΔΑ}}$

υπολογίζεται η $(\text{ΑΒ}) = \sqrt{(31{,}122)^2 + (26{,}57)^2 - 2(31{,}122)(26{,}57)\text{συν}20{,}3^0} = 11{,}11 \text{ m}$

Άσκηση 2

Να επεκταθεί ευθυγραμμία ΑΒ μετά από ένα υψηλό κτίριο.

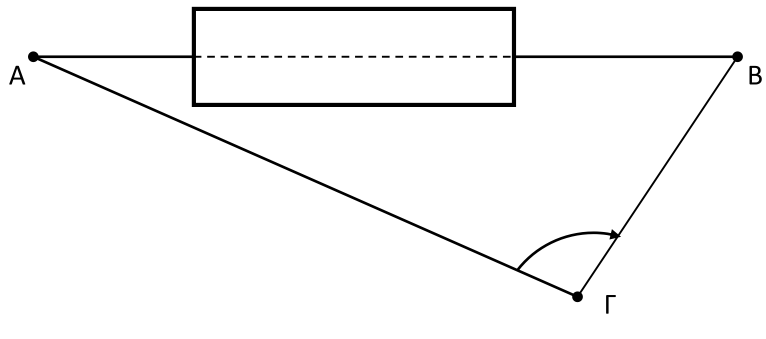


<u>Λύση</u>

Πάνω στην ΑΒ ορίζονται δύο τυχαία σημεία Δ και Ε . Από τα Δ και Ε υψώνονται οι κάθετες στην ΑΒ και πάνω σε αυτές λαμβάνονται δύο τυχαία ίσα μήκη (ΔΔ΄) = (ΕΕ΄). Η ευθυγραμμία Δ΄Ε΄ προεκτείνεται και πάνω σε αυτή λαμβάνονται δύο τυχαία σημεία Ζ΄ και Η΄ τα οποία να είναι σαφώς μετά το κτίριο. Από τα Ζ΄ και Η΄ υψώνονται οι κάθετες στην Δ΄Ε΄Ζ΄Η΄ και πάνω σε αυτές λαμβάνονται δύο μήκη (Ζ΄Ζ) = (Ή΄Η) =(ΔΔ΄) = (ΕΕ΄). Ορίζονται έτσι τα σημεία Ζ και Η τα οποία κείνται στην επέκταση της ΑΒ.

Άσκηση 3

Για τη μέτρηση της αποστάσεως (ΑΒ) των σημείων Α και Β, μεταξύ των οποίων μεσολαβεί ένα υψηλό κτίριο, ορίστηκε το σημείο Γ το οποίο είναι αμοιβαίως ορατό από τα Α και Β και μετρήθηκαν οι αποστάσεις (ΓΑ) = (30 ,00 + 0,5Ν) m, (ΓΒ) = (15,00 + 0,4Ν) m , και η γωνία Γ = (98 + 0,2Ν)^0 . Να υπολογιστεί η απόσταση (ΑΒ). Δίδεται Ν=3



<u>Λύση</u>

Δεδομένα: (ΓΑ) = (35,00 +0,5 x 3) m =36,50 m, (ΓΒ) = (15,00 +0,4 x 3) m =16,20 m,
Γωνία ΑΓΒ = (98,00 +0,2 x 3)^0 = 98,60^0 .

Από το τρίγωνο ΑΓΒ προκύπτει: $(\text{ΑΒ}) = \sqrt{(\text{ΓΑ})^2 + (\text{ΓΒ})^2 - 2\,(\text{ΓΑ})\,(\text{ΓΒ})\ \text{συνΓ}} =$

$= \sqrt{36{,}50^2 + 16{,}20^2 - 2 * 36{,}50 * 16{,}20\ \text{συν}98{,}60^0} = 42{,}18\ \text{m}$

Άσκηση 4

Για τη μέτρηση της οριζοντίας αποστάσεως (ΑΒ) δύο δένδρων, που βρίσκονται στην απέναντι όχθη ποταμού και η προσέγγισή τους είναι αδύνατη, ορίστηκαν τα σημεία Γ και Δ το οποίο είναι αμοιβαίως ορατά από τα Α και Β και μετρήθηκαν η απόσταση (ΓΔ) = (10 ,00 + 0,1N) m, και οι ο**ριζόντιες γωνίες ΑΓΔ = (100 + 0,2N)^0 , ΒΓΔ= (20 + 0,3N)^0, ΓΔΑ= (25 + 0,1N)^0 και ΓΔΒ= (95 + 0,2N)^0. Δίδεται N=3.**

<u>Λύση</u>

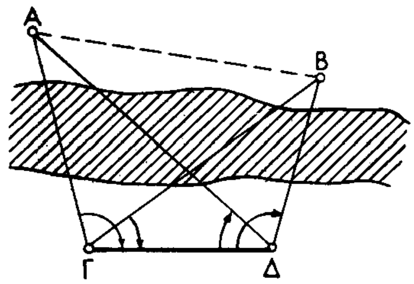
Δεδομένα: (ΓΔ) = (15,00 + 0,1 x 3) m =15,30 m, Γωνία ΑΓΔ = (104 + 0,2 x 3)^0 = 100,60^0, Γωνία ΔΓΒ = (34,00 + 0,1 x 3)^0 = 34,30^0, Γωνία ΓΔΑ = (30,00 + 0,1 x 3)^0 = 30,30^0 και Γωνία ΓΔΒ = (110 + 0,2 x 3)^0 = 110,60^0 .

Από τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΒΓΔ προκύπτει αντίστοιχα:

$$(\text{ΑΔ}) = \frac{(\text{ΓΔ})\ \text{ημ}\text{ΑΓΔ}}{\text{ημ}(180^0 - \text{ΑΓΔ} - \text{ΓΔΑ})} = \frac{15{,}30 \text{ x ημ}104{,}60^0}{\text{ημ}(180^0 - 104{,}60^0 - 30{,}30^0)} = 20{,}90 \text{ m}$$

$$(\text{ΒΔ}) = \frac{(\text{ΓΔ})\ \text{ημ}\text{ΔΓΒ}}{\text{ημ}(180^0 - \text{ΔΓΒ} - \text{ΓΔΒ})} = \frac{15{,}30 \text{ x ημ}34{,}30^0}{\text{ημ}(180^0 - 34{,}3^0 - 110{,}60^0)} = 14{,}99 \text{ m}$$

Από το τρίγωνο ΑΒΔ προκύπτει η γωνία ΑΔΒ = ΓΔΒ – ΓΔΑ =110,60^0 – 30,30^0 = 80,30^0



Στο τρίγωνο ΑΒΔ είναι γνωστή από υπολογισμό η γωνία ΑΔΒ και οι πλευρές ΑΔ και ΒΔ.

$$\text{Επομένως}\ \ (\text{ΑΒ}) = \sqrt{(\text{ΑΔ})^2 + (\text{ΒΔ})^2 - 2\,(\text{ΑΔ})\,(\text{ΒΔ})\ \text{συν}(\text{ΑΒΔ})} =$$

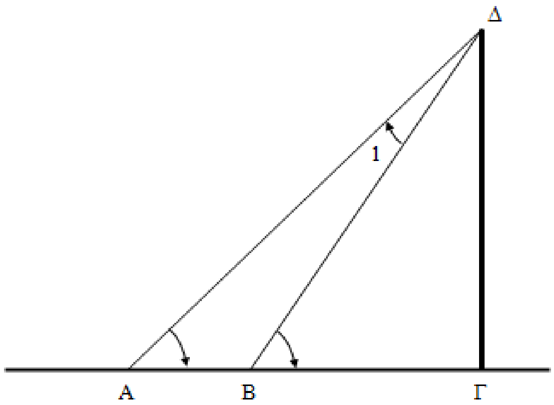
$$= \sqrt{20{,}90^2 + 14{,}99^2 - 2 * 20{,}90 * 14{,}99 * \text{συν}\ 80{,}30^0} = 23{,}58 \text{ m}$$

Άσκηση 5

Οι μετρήσεις που έγιναν για να υπολογιστεί το ύψος h ενός υψηλού κτιρίου ΓΔ, το οποίο βρίσκεται στην απέναντι όχθη ενός ποταμού και η προσέγγιση του είναι αδύνατη, είναι: (AB) = (5,00+0,04N) m , A = (40,00 + 0,1N) ^{0} και B = (60,00 + 0,1N) ^{0}. Να υπολογιστεί το ύψος του κτιρίου σε μέτρα. Δίδεται N=3.

<u>Λύση</u>

Δεδομένα: (AB) = (5,00+0,04 x 3) = 5,12 m , A = (40,00 + 0,1x3) ^{0} = 40,3^0 και B = (60,00 + 0,1x3) ^{0} = 60,3^0.



Είναι : $\hat{B} = \hat{A} + \hat{\Delta}_1 \Rightarrow \hat{\Delta}_1 = \hat{B} - \hat{A} = 60{,}3^0 - 40{,}3^0 = 20{,}0^0$

Από το τρίγωνο ABΔ προκύπτει:

$$(B\Delta) = (AB)\frac{\eta\mu\hat{A}}{\eta\mu\hat{\Delta}_1} = 5{,}12\frac{\eta\mu 40{,}3^0}{\eta\mu 20{,}0^0} = 5{,}12 \text{ x } \frac{0{,}64679}{0{,}34202} = 9{,}68 \text{ m}$$

Άρα $(\Gamma\Delta) = (B\Delta)\eta\mu\hat{B} = 9{,}68 \text{ x } \eta\mu 60{,}30^0 = 9{,}68 \text{ x } 0{,}868632 = 8{,}41 \text{ m}$

Άσκηση 6

Να υπολογισθεί η γωνία BAΓ, όταν τα σημεία A,B,Γ βρίσκονται στην απέναντι όχθη ποταμού (Η προσέγγιση των σημείων A,B,Γ είναι αδύνατη).

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. EN13031-1. Greenhouses-Design and construction - Part 1: Commercial production Greenhouses, CEN/TC284, December 2001.
2. EN 1990. Eurocode 0 – Basis of structural design, CEN, April 2002.
3. EN 1991.Eurocode 1: Actions on structures, General actions. Part 1-1: Densities, self-weight, imposed loads for buildings, CEN, April 2002, Part 1-3: Snow loads, CEN, July 2003, Part 1-4: Wind actions, CEN, April 2005, Part 1-5: Thermal actions, CEN, Nov. 2003.
4. Θεοχάρης, Μ., 2000. Η εφαρμογή των Ευρωκώδικων στη μελέτη των Ελληνικών θερμοκηπίων, Μεταπτ. Διατρ., Τμ. Γεωπ. Φυτ. και Ζωικ. Παρ/γής Παν/μίου Θεσσαλίας, Βόλος, Μάρτ. 2000, σελ. 215.
5. Θεοχάρης, Μ., 2000. Η ανεμοφόρτιση των θερμοκηπιακών κατασκευών σύμφωνα με τους Ευρωκώδικες, Πρακτ. 2ου Πανελλ. Συν. Γεωργ. Μηχαν., σελ. 406-414, Βόλος, Σεπτ. 2000.
6. Θεοχάρης, Μ., 2003. Η Χιονοφόρτιση των θερμοκηπιακών κατασκευών σύμφωνα με τους Ευρωκώδικες, Πρακτ. 3ου Πανελλ. Συν. Γεωργ. Μηχαν., σελ.337-344, Θεσ/νίκη, Μαΐος 2003.
7. Θεοχάρης Μ.: " Γεωργικές Κατασκευές", Άρτα 2000
8. Θεοχάρης Μ.: " Γεωργικές Κατασκευές, Εργαστηριακές Ασκήσεις", Άρτα 2000
9. Θεοχάρης Μ.:" Θερμοκηπιακές Κατασκευές", Άρτα 2000
10. Ιωαννίδης Π. " Οι στέγες στην Οικοδομή " , Αθήνα 1986
11. Αναστασόπουλος Α.: "Γεωργικές Κατασκευές" Αθήνα 1993
12. Beton Kalender 1984: Τόμοι 1 και 2. Μετάφραση στα Ελληνικά , Εκδότης Μ. Γκιούρδας.
13. Βαγιανός Ι. : "Πρακτική των Θερμοκηπίων και των Σηράγγων "
14. Γεωργακάκης Δ. : "Στοιχεία Ρύθμισης Περιβάλλοντος και Σχεδιασμού Αγροτικών Κατασκευών ", Αθήνα 1992
15. Γραφιαδέλλης Μ :"Σύγχρονα Θερμοκήπια" Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη 1980.
16. Δεϊμέζης Α : " Γενική Δομική " , Τόμοι Ι , ΙΙ , Αθήνα 1992
17. Δούκας Σ. : " Οικοδομική", Αθήνα 1994
18. Ευσταθιάδης Α. :" Θερμοκήπια Στοιχεία Κατασκευής, Λειτουργίας και Καλλιέργειας"
19. Μαυρογιαννόπουλος Γ. :" Θερμοκήπια ", Εκδοση Γ' , Αθήνα 2001

Μπουρνιά Ε. : "Αγροτικά Κτίρια " , Έκδοση Ο.Ε.Δ.Β. , Αθήνα 1995

Σημείωμα Αναφοράς

Θεοχάρης Μενέλαος, (2015). Γεωργικές και Θερμοκηπιακές Κατασκευές (Εργαστήριο). ΤΕΙ Ηπείρου. Διαθέσιμο από: http://eclass.teiep.gr/courses/TEXG113/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Επεξεργασία: Δημήτριος Κατέρης

Άρτα, 2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης