



Ελληνική Δημοκρατία  
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό  
Ίδρυμα Ηπείρου

## Τοπογραφία – Γεωμορφολογία (Εργαστήριο)

Ενότητα 8: Λυμένες ασκήσεις

Δρ. Γρηγόριος Βάρρας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

### 1.1.1.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Στον πίνακα, που ακολουθεί, δίνονται τα στοιχεία κλειστής πολυγωνικής Όδευσης 1-2-3-4-1.

Ζητούνται :

1. Να υπολογισθούν οι ορθογώνιες συντεταγμένες των κορυφών της Όδευσης.
2. Να γίνει διόρθωση του σφάλματος της Όδευσης.

ΣΗΜ	S(m)	$\alpha^{(\text{grad})}$	Χυπ(m)	Υυπ(m)	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	X(m)	Y(m)
1			<b>1000.00</b>	<b>1000.00</b>				
	<b>117.35</b>	<b>85.34</b>						
2			1114.25	1.026.79	-0.88	0.65	1113.38	1027.43
	<b>146.38</b>	<b>177.28</b>						
3			1165.39	889.63	-1.75	1.30	1163.64	890.92
	<b>229.42</b>	<b>299.46</b>						
4			935.98	887.68	-2.63	1.94	933.35	889.63
	<b>128.84</b>	<b>35.12</b>						
1			1003.51	997.41	-3.51	2.59	1000.00	1000.00

Όπως διαπιστώνουμε από τα στοιχεία του πίνακα, η Όδευση έχει αρχή το σημείο γνωστών συντεταγμένων 1(1000,1000). Κατά τις εργασίες υπαίθρου, μετρήθηκαν οι αζιμούθιες γωνίες των πλευρών και οι αποστάσεις των κορυφών της Όδευσης. Όλα αυτά τα στοιχεία φαίνονται με έντονα γράμματα. Τα μεγέθη που θα υπολογίσουμε, φαίνονται με κανονικά γράμματα.

Από τις διευθύνσεις και τα μήκη των πλευρών, με εφαρμογή του πρώτου θεμελιώδους, υπολογίζουμε τις Συντεταγμένες των κορυφών, που τις καταχωρούμε στις στήλες Χυπ και Υυπ του πίνακα. Επειδή θα προκύψουν αριθμοί με πολλά δεκαδικά ψηφία, στρογγυλοποιούνται στο δεύτερο δεκαδικά ψηφίο, δηλαδή cm, αρκετή ακρίβεια για Τοπογραφικές εργασίες. Για παράδειγμα το  $X_2=1114.25229$  στρογγυλοποιείται σε  $X_2=1114.25$  και το  $Y_2=1026.78501$  σε  $Y_2=1026.79$ .

Βλέπουμε ότι μετά την επίλυση, βρίσκουμε συντεταγμένες του σημείου 1 διαφορετικές από αυτές, που πραγματικά έχει. Πρέπει να κάνουμε διόρθωση του σφάλματος.

#### ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΤΕΤΜΗΜΕΝΩΝ

Η διαφορά της υπολογισθείσας τετμημένης του σημείου 1 από την πραγματική τετμημένη είναι  $\Delta x = 1000-1003.51 = -3.51$ . Αυτή η ποσότητα πρέπει να ισοκατανεμηθεί σε όλες τις κορυφές. Επειδή έχουμε 4 κορυφές, η διόρθωση, που αντιστοιχεί σε κάθε κορυφή θα είναι  $\delta = -3.51/4 = -0.88$ . Προσθέτουμε στις τετμημένες των σημείων 2,3,4 και 1 αυτή τη διορθωτική ποσότητα. Επειδή, μετά τη διόρθωση, η τετμημένη της κορυφής 3 θα έχει αυξηθεί ακριβώς όσο και η κορυφή

2, η διαφορά τους θα παραμένει ίδια. Το ίδιο θα συμβαίνει με τις κορυφές 3 και 4 κ.ο.κ. Πρέπει, λοιπόν, να προσθέσουμε στις κορυφές 3,4 και 1 ακόμη μια φορά την διορθωτική ποσότητα. Με την ίδια λογική θα προσθέσουμε για τρίτη φορά την διορθωτική ποσότητα στις τετμημένες των κορυφών 4 και 1 . Στην τελευταία κορυφή (1 ) θα προσθέσουμε το ποσό διόρθωσης για τέταρτη φορά.

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι στην πρώτη τετμημένη, που υπολογίσαμε (κορυφή 2) θα προσθέσουμε το διορθωτικό ποσό μια φορά. Στη δεύτερη δύο φορές, στην τρίτη τρεις κ.ο.κ. Επομένως, στη στήλη του πίνακα ΔΧ καταχωρούμε τα πολλαπλάσια του ποσού 0.88 αρχίζοντας από το 1 και προχωρώντας μέχρι τον αριθμό των κορυφών. Έτσι

προκύπτουν οι αριθμοί :

$$1 \cdot -0.88 = -0.88$$

$$2 \cdot -0.88 = -1.75$$

$$3 \cdot -0.88 = -2.63$$

$$4 \cdot -0.88 = -3.51$$

Στις παραπάνω πράξεις διαπιστώνετε ότι υπάρχει σφάλμα στο δεύτερο δεκαδικό ψηφίο. Στην πραγματικότητα δεν υπάρχει σφάλμα υπολογισμών, αλλά σφάλμα αποκοπής, διότι οι συντεταγμένες, που υπολογίσαμε, γράφονται με ακρίβεια 2<sup>ου</sup> δεκαδικού ψηφίου.

Προσθέτοντας τις στήλες Χ<sub>υπ</sub>+ΔΧ βρίσκουμε τις τελικές τετμημένες των σημείων, που τις καταχωρούμε στη στήλη Χ.

#### **ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ**

Αντίστοιχα εργαζόμενοι για τις τεταγμένες των σημείων, μετά τους υπολογισμούς, έχουμε βρει διαφορετική τεταγμένη του σημείου 1 από ότι αυτή είναι πραγματικά. Η διαφορα είναι  $\Delta\psi=1000-997.41=2.59$ . Άρα το διορθωτικό ποσό θα είναι  $\delta=2.59/4=0.65$ . Ισοκατανέμοντας το πόσο, έχουμε τη στήλη ΔΥ του πίνακα.

Προσθέτοντας τις στήλες Υ<sub>υπ</sub>+ΔΥ βρίσκουμε τις τελικές τεταγμένες των σημείων, που τις καταχωρούμε στη στήλη Υ.

#### **1.1.2. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2**

Έκταση ΑΒΓΔ αποτυπώθηκε με πολυγωνική Όδευση, με τα στοιχεία του πίνακα, όπου **α=αζιμούθια γωνία**, **S=οριζόντια απόσταση**.

ΠΛΕΥΡΑ	α (grad)	S (m)
ΑΒ	122.54	155.35
ΒΓ	187.45	126.78
ΓΔ	296.28	213.82

ΖΗΤΟΥΝΤΑΙ :

1. Οι συντεταγμένες των κορυφών της έκτασης Β,Γ,Δ, αν οι συντεταγμένες του σημείου Α είναι Α(1000,1000).
2. Οι συντεταγμένες των μέσων Μ και Ν των πλευρών ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα.

3. Η αζιμούθια γωνία της διαμέσου MN.

Με εφαρμογή του πρώτου Θεμελιώδους βρίσκουμε:

$$X_B = X_A + S_{AB} \cdot \eta\mu\alpha_{AB} = 1000 + 155.35 \cdot \eta\mu 122,54 = 1145.71$$

$$\Psi_B = \Psi_A + S_{AB} \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_{AB} = 1000 + 155.35 \cdot \sigma\upsilon\nu 122,54 = 946.14$$

$$X_\Gamma = X_B + S_{B\Gamma} \cdot \eta\mu\alpha_{B\Gamma} = 1145.71 + 126.78 \cdot \eta\mu 187.45 = 1170.54$$

$$\Psi_\Gamma = \Psi_B + S_{B\Gamma} \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_{B\Gamma} = 946.14 + 126.78 \cdot \sigma\upsilon\nu 187.45 = 821.82$$

$$X_\Delta = X_\Gamma + S_{\Gamma\Delta} \cdot \eta\mu\alpha_{\Gamma\Delta} = 1170.54 + 213.82 \cdot \eta\mu 296.28 = 957.08$$

$$\Psi_\Delta = \Psi_\Gamma + S_{\Gamma\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_{\Gamma\Delta} = 821.82 + 213.82 \cdot \sigma\upsilon\nu 296.28 = 809.33$$

Το μέσο M της AB έχει σαν συντεταγμένες τους μέσους όρους των συντεταγμένων των άκρων. Δηλαδή:

$$X_M = (X_A + X_B) / 2 = (1000 + 1145.71) / 2 = 1072.855$$

$$\Psi_M = (\Psi_A + \Psi_B) / 2 = (1000 + 946.14) / 2 = 973.07$$

Αντίστοιχα για το μέσο N του διαστήματος ΓΔ:

$$X_N = (X_\Gamma + X_\Delta) / 2 = (1170.54 + 957.08) / 2 = 1063.81$$

$$\Psi_N = (\Psi_\Gamma + \Psi_\Delta) / 2 = (821.82 + 809.33) / 2 = 815.575$$

Η αζιμούθια γωνία της MN υπολογίζεται από το δεύτερο θεμελιώδες:

$$\epsilon\phi\alpha_{MN} = \frac{X_N - X_M}{\Psi_N - \Psi_M} = \frac{1063.81 - 1072.855}{815.575 - 973.07} = \frac{-9.045}{-157.495} = 0.057$$

Υπολογίζουμε τη μικρότερη θετική γωνία  $\phi = 3.65$ . Επειδή η διαφορά τετμημένων είναι  $-9.045 < 0$ , άρα:

$$\alpha_{MN} = 200 + \phi = 203,65^{\text{grad}}$$

### ***Προτεινόμενη Βιβλιογραφία***

Αποστολάκης Κ., 1991. Τοπογραφία, Μετρήσεις-Σφάλματα-Τριγωνισμός - Οδεύσεις - Αποτυπώσεις-Υπολογισμός Εμβαδών και Όγκων, Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Πειραιάς, 501 σελίδες.

Βλάχος Δ., 1997. Τοπογραφία, Τόμος Α'- Όργανα και Μέθοδοι Μετρήσεων, Θεσσαλονίκη, 418 σελίδες.

Βλάχος Δ., 1997. Τοπογραφία, Τόμος Β'- Τοπογραφικές Χαρτογραφήσεις, Θεσσαλονίκη, 368 σελίδες.

Νίκου Ν., 1999. Τοπογραφία Ι, Εκδόσεις Art of Text, Θεσσαλονίκη, 206 σελίδες.

Νίκου Ν., 2004. Τοπογραφία ΙΙ, Θεωρία-Εφαρμογές, Εκδόσεις Γιαχούδη, Θεσσαλονίκη, 212 σελίδες

## Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Τεχνολογικό Ίδρυμα Ηπείρου. Γρηγόριος Βάρρας  
Τοπογραφία – Γεωμορφολογία

(Εργαστήριο)

<http://eclass.teiep.gr/courses/TEXG123/>

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 Διεθνές [1] ή μεταγενέστερη. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, Διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.el>



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Επεξεργασία: Χρήστος Μυριούνης  
Άρτα 2015