



Ελληνική Δημοκρατία  
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό  
Ίδρυμα Ηπείρου

# Πληροφορική Ι

## Ενότητα 4 : Πράξεις με bits

Δρ. Γκόγκος Χρήστος



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Τμήμα Χρηματοοικονομικής & Ελεγκτικής (Παράρτημα Πρέβεζας)

## Πληροφορική Ι

### Ενότητα 4 : Πράξεις με bits

Δρ. Γκόγκος Χρήστος  
Επίκουρος Καθηγητής

Άρτα, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.





# Χρηματοδότηση

- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Ηπείρου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



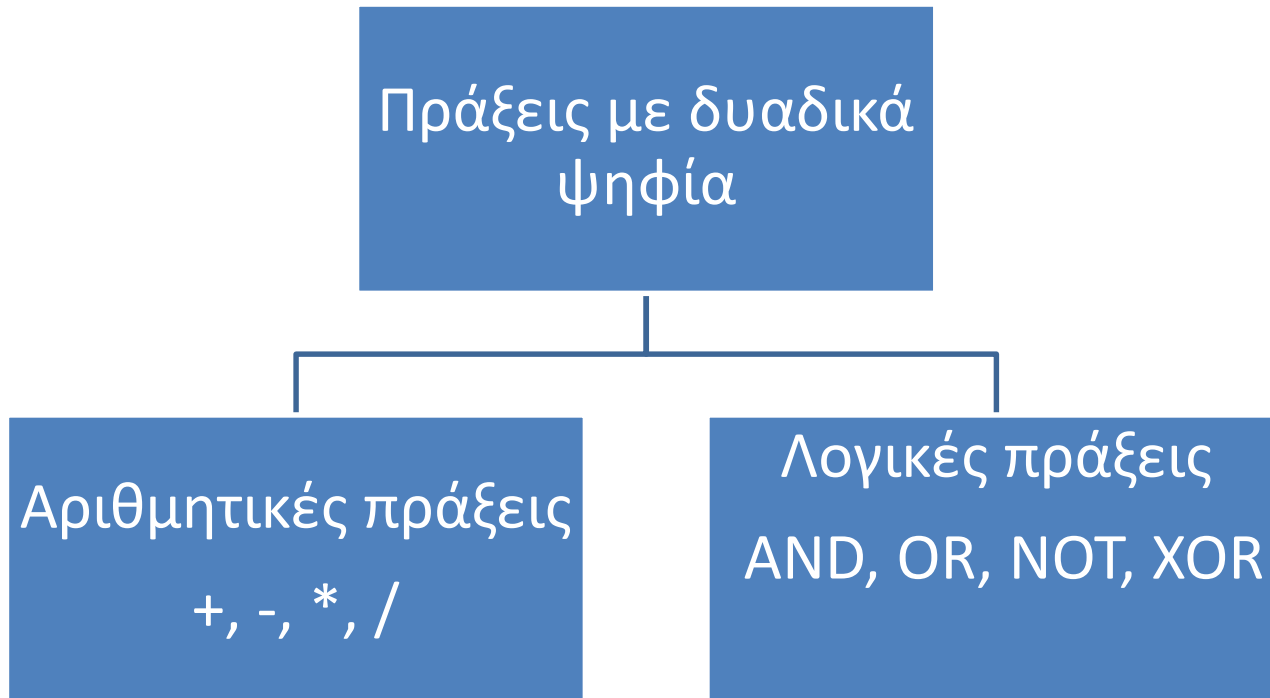
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





# Κατηγορίες πράξεων με bits





# Πρόσθεση στη μορφή συμπληρώματος ως προς 2

**Κανόνας πρόσθεσης ακεραίων  
σε μορφή συμπληρώματος ως  
προς δύο:**

Προσθέτουμε δύο μπιτ και μεταφέρουμε το κρατούμενο στην επόμενη στήλη. Αν υπάρχει κρατούμενο μετά την πρόσθεση στην πιο αριστερή στήλη το αγνοούμε. Η διαδικασία εκτελείται από δεξιά προς τα αριστερά.

Πλήθος μονάδων	Αποτέλεσμα	Κρατούμενο
Καμία	0	
Μία	1	
Δύο	0	1
Τρεις	1	1

Η αφαίρεση ακεραίων σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο γίνεται με τον ίδιο τρόπο όπως η πρόσθεση απλά προσθέτοντας τον αντίστοιχο αρνητικό αριθμό

$$X - Y \rightarrow X + (-Y)$$

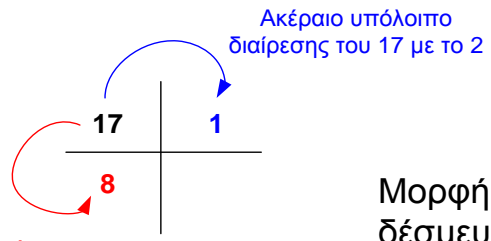


# Παράδειγμα πρόσθεσης ακεραίων: $17 + 22 = 39$

17	1
8	0
4	0
2	0
1	1
0	

Διάβασμα από κάτω προς τα πάνω

Η διαδικασία τερματίζεται όταν η ακέραια διαίρεση δώσει ως αποτέλεσμα μηδέν.



Ακέραια διαίρεση του 17 με το 2

$17_{10} = 10001_2$

Μορφή συμπληρώματος ως προς 2 με δέσμευση μνήμης 8 bits.

$+17 = \underline{000} \underline{10001}$

Προστίθενται 3 μηδενικά ψηφία αριστερά έτσι ώστε το συνολικό μέγεθος να είναι 8 bits

10001 είναι η δυαδική αναπαράσταση του 17

Μορφή συμπληρώματος ως προς 2 με δέσμευση μνήμης 8 bits

$+22 = 000 10110$

22	0
11	1
5	1
2	0
1	1
0	

Διάβασμα από κάτω προς τα πάνω

$22_{10} = 10110_2$

ΚΡΑΤΟΥΜΕΝΟ	0 0 1 0 0 0 0 0
ΑΡΙΘΜΟΣ +17	0 0 0 1 0 0 0 1
ΑΡΙΘΜΟΣ +22	+ 0 0 0 1 0 1 1 0
	-----
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ 17+22=39	0 0 1 0 0 1 1 1

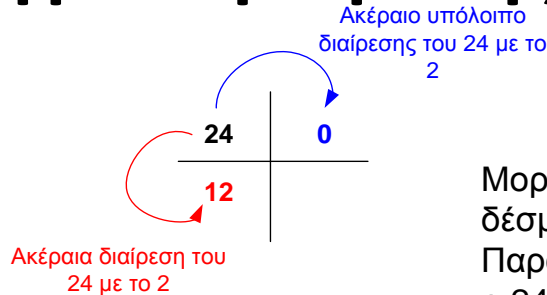


# Παράδειγμα αφαίρεσης ακεραίων: $24 - 17 = 7$

24	0
12	0
6	0
3	1
1	1
0	

↑  
Διάβασμα από κάτω προς τα πάνω

Η διαδικασία τερματίζεται όταν η ακεραία διαίρεση δώσει ως αποτέλεσμα μηδέν.



$24_{10} = 11000_2$

Μορφή συμπληρώματος ως προς 2 με δέσμευση μνήμης 8 bits  
Παράδειγμα με θετικό αριθμό (+24)

$+24 = \underline{000} \underline{11000}$

Προστίθενται 3 μηδενικά ψηφία αριστερά έτσι ώστε το συνολικό μέγεθος να είναι 8 bits

11000 είναι η δυαδική αναπαράσταση του 24

Μορφή συμπληρώματος ως προς 2 με δέσμευση μνήμης 8 bits  
Παράδειγμα με αρνητικό αριθμό (-17)

$+17 = 00010001$

$-17 = \text{συμπλήρωμα ως προς 2 του } -17 = 11101111$

17	1
8	0
4	0
2	0
1	1
0	

↑  
Διάβασμα από κάτω προς τα πάνω

$17_{10} = 10001_2$

ΚΡΑΤΟΥΜΕΝΟ	1 1 1 1 0 0 0 0
ΑΡΙΘΜΟΣ +24	0 0 0 1 1 0 0 0
ΑΡΙΘΜΟΣ -17	+ 1 1 1 0 1 1 1 1
	-----
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ $24+(-17)=7$	0 0 0 0 0 1 1 1

Ξεκινώντας από δεξιά προς τα αριστερά τα ψηφία της δυαδικής αναπαράστασης μένουν ως έχουν μέχρι να συναντήσουμε το πρώτο 1. Μετά από αυτό όλα τα ψηφία αντιστρέφονται





# Πολλαπλασιασμός και διαίρεση ακεραίων

- Η πράξη του πολλαπλασιασμού πραγματοποιείται με διαδοχικές προσθέσεις  
–  $5 * 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$
- Η πράξη της διαίρεσης πραγματοποιείται με διαδοχικές αφαιρέσεις μέχρι το υπόλοιπο να γίνει μηδέν  
–  $30 / 6 \rightarrow 30-6 \rightarrow 24-6 \rightarrow 18-6 \rightarrow 12-6 \rightarrow 6-6=0$  άρα απαιτήθηκαν 5 αφαιρέσεις



# Υπερχείλιση (overflow)

- Υπερχείλιση είναι το σφάλμα που παρουσιάζεται όταν προσπαθούμε να αποθηκεύσουμε έναν αριθμό ο οποίος δεν είναι στο διάστημα τιμών που ορίζεται από την δέσμευση μνήμης για τον δεδομένο αριθμό bits.
- Όταν προσθέτουμε αριθμούς σε συμπλήρωμα ως προς δύο χρησιμοποιώντας N bits πρέπει να εξασφαλίζουμε ότι κάθε αριθμός καθώς και το αποτέλεσμα είναι μέσα στο διάστημα τιμών που ορίζεται από την αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο.
- Το διάστημα τιμών που μπορούν να αναπαρασταθούν με το συμπλήρωμα ως προς δύο με δέσμευση μνήμης N bits είναι:  
 $-2^{N-1}$  έως  $2^{N-1}-1$

- Διάστημα τιμών που αναπαρίσταται με δέσμευση μνήμης 8 bits

$$\begin{array}{ccc} -2^{8-1} & \leftrightarrow & 2^{8-1}-1 \\ -128 & \leftrightarrow & 127 \end{array}$$

- Διάστημα τιμών που αναπαρίσταται με δέσμευση μνήμης 16 bits

$$\begin{array}{ccc} -2^{16-1} & \leftrightarrow & 2^{16-1}-1 \\ -32768 & \leftrightarrow & 32767 \end{array}$$



# Λογικές πράξεις

- Το 0 μπορεί να θεωρηθεί ως η λογική τιμή false και το 1 ως η λογική τιμή true.

- Λογικές πράξεις

- Μονομελής (NOT)

- Διμελής (AND, OR, XOR)

NOT → ΟΧΙ (άρνηση)

AND → ΚΑΙ (σύζευξη)

OR → Ή (διάζευξη)

XOR → ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΟ Ή (αποκλειστική διάζευξη)

## Πίνακες αληθείας

NOT

x	NOT x
0	1
1	0

AND

x	y	x AND y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

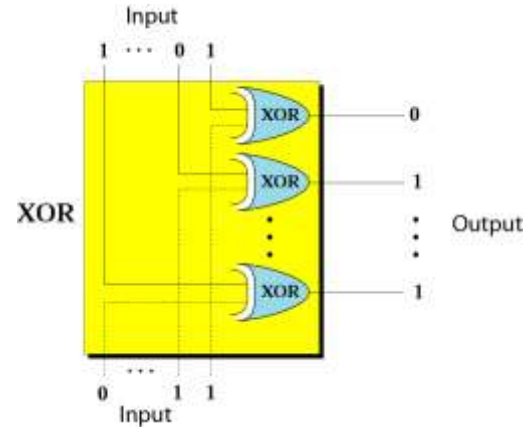
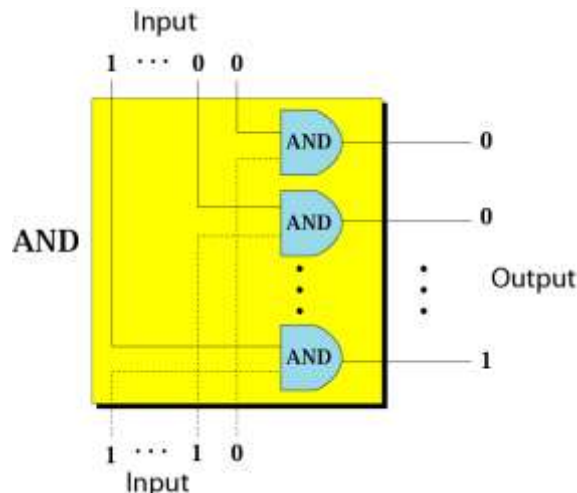
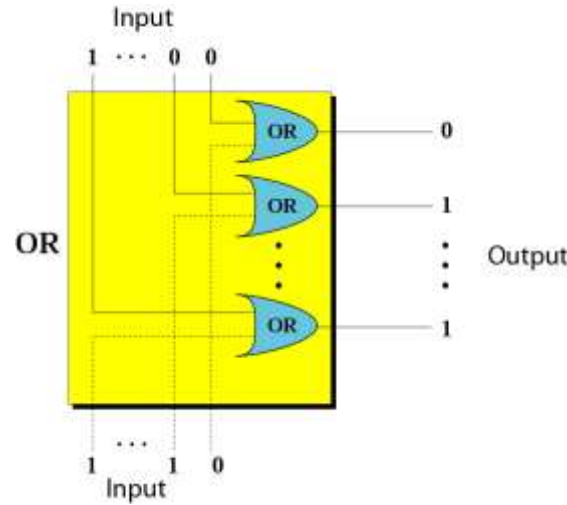
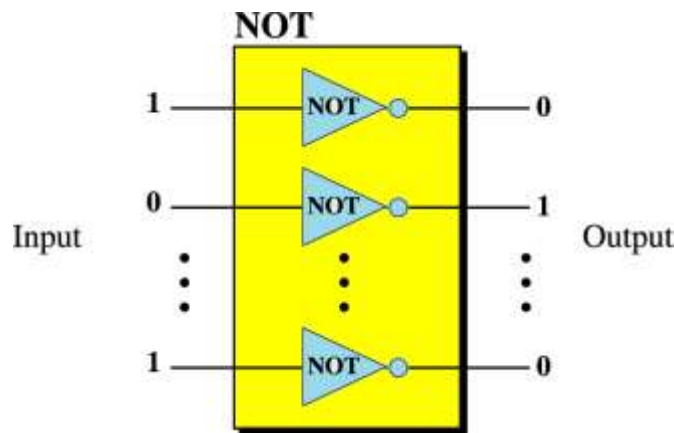
x	y	x OR y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

XOR

x	y	x XOR y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

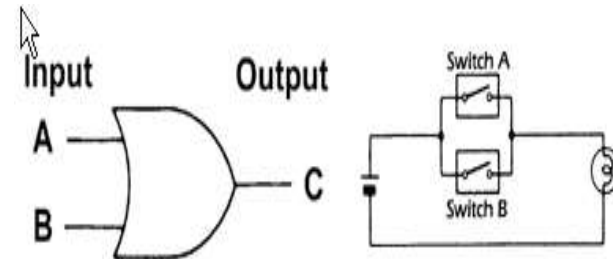
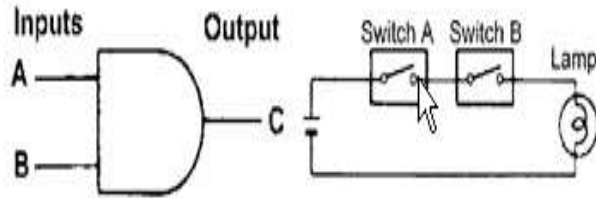
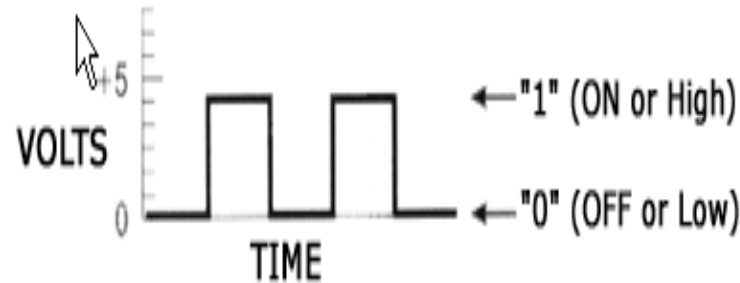


# Λογικές πύλες (Logic Gates)






# Κυκλώματα λογικών πυλών AND και OR





# Εγγενής κανόνας τελεστή AND

- Αν ένα μπιτ στην μια είσοδο είναι 0 δεν χρειάζεται να ελεγχθεί το μπιτ στην άλλη είσοδο καθώς συνάγεται απευθείας ότι το αποτέλεσμα είναι 0


( 0 )    AND    ( X )        ( 0 )


( X )    AND    ( 0 )        ( 0 )



# Εγγενής κανόνας τελεστή OR

- Αν ένα μπιτ στην μια είσοδο είναι 1 δεν χρειάζεται να ελεγχθεί το μπιτ στην άλλη είσοδο καθώς συνάγεται απευθείας ότι το αποτέλεσμα είναι 1

(1) OR (X)  (1)

(X) OR (1)  (1)



# Εγγενής κανόνας τελεστή XOR

- Αν ένα μπιτ εισόδου είναι 1 το αποτέλεσμα είναι το αντίστροφο του αντίστοιχου μπιτ στην άλλη είσοδο

$$(1) \quad \text{XOR} \quad (X) \quad \longrightarrow \quad \text{NOT} (X)$$

$$(X) \quad \text{XOR} \quad (1) \quad \longrightarrow \quad \text{NOT} (X)$$





# Εφαρμογές λογικών πράξεων AND και OR

- Σε μια σειρά δυαδικών ψηφίων μπορεί να εφαρμοστεί μια λογική πράξη (NOT, AND, OR, XOR) σε σχέση με μια άλλη σειρά δυαδικών ψηφίων που ονομάζεται **μάσκα**

Απενεργοποίηση συγκεκριμένων δυαδικών ψηφίων με το AND

Για να απενεργοποιηθεί ένα ψηφίο θα πρέπει η μάσκα στην αντίστοιχη θέση να έχει την τιμή 0 ενώ για να παραμείνει ως έχει θα πρέπει να έχει την τιμή 1

π.χ. απενεργοποίηση των 3 τελευταίων ψηφίων της ακολουθίας 10101110

	10101110
AND	11111000 (μάσκα bits)
	10101000

Ενεργοποίηση συγκεκριμένων δυαδικών ψηφίων με το OR

Για να ενεργοποιηθεί ένα ψηφίο θα πρέπει η μάσκα στην αντίστοιχη θέση να έχει την τιμή 1 ενώ για να παραμείνει ως έχει θα πρέπει να έχει την τιμή 0

π.χ. ενεργοποίηση των 3 τελευταίων ψηφίων της ακολουθίας 10101110

	10101110
OR	00000111 (μάσκα bits)
	10101111



# Εφαρμογή λογικής πράξης XOR

Αντιστροφή συγκεκριμένων δυαδικών ψηφίων με το XOR

Για να αντιστραφεί ένα ψηφίο θα πρέπει η μάσκα στην αντίστοιχη θέση να έχει την τιμή 1 ενώ για να παραμείνει ως έχει θα πρέπει να έχει την τιμή 0

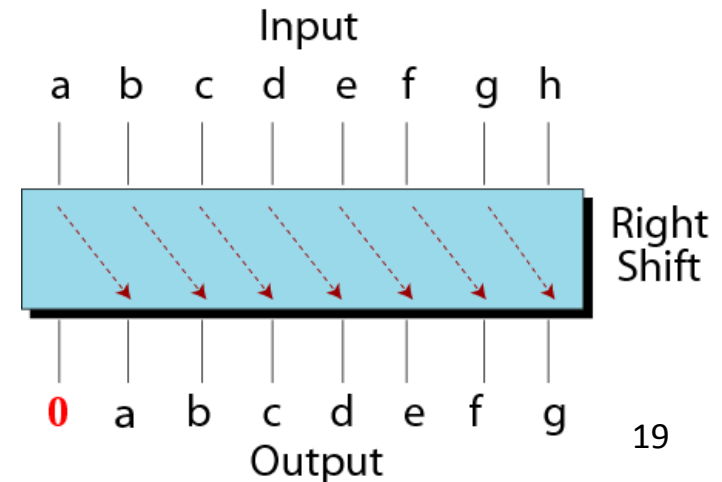
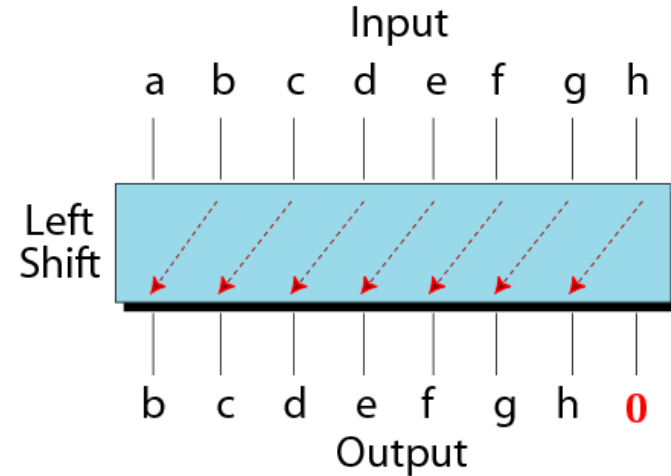
π.χ. αντιστροφή του 1, 4 και 8 ψηφίου της ακολουθίας 10101110

	10101110
XOR	10010001 (μάσκα bits)
	00111111



# Ολίσθηση (shift)

- Πρόκειται για μια συνηθισμένη πράξη σε σχήματα bit. Ένα σχήμα bit μπορεί να ολισθήσει προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά
- Δεξιά ολίσθηση: Το δεξιότερο bit καταργείται και κάθε bit μετακινείται μια θέση προς τα δεξιά. Προστίθεται 0 ως το πιο αριστερό bit
- Αριστερή ολίσθηση: Το αριστερότερο bit καταργείται και κάθε bit μετακινείται προς τα αριστερά. Προστίθεται 0 ως το δεξιότερο bit





# Κβαντικοί υπολογιστές (Quantum Computers)

- Στηρίζονται στην θεωρία της κβαντικής φυσικής
- Θα επιτρέψει την αποθήκευση πολλών δεδομένων και εκτέλεση πολλών λειτουργιών ταυτόχρονα
- Αντί για bits, qubits. Ένα qubit μπορεί να βρίσκεται στην κατάσταση 0 ή στην κατάσταση 1 ή σε υπέρθεση του 0 και 1
  - n bits μπορούν να βρίσκονται σε 1 από  $2^n$  καταστάσεις
  - n qubits μπορούν να βρίσκονται ταυτόχρονα σε μέχρι  $2^n$  καταστάσεις
- Ένας κβαντικός επεξεργαστής θα μπορεί να εκτελεί πολλές πράξεις με μια λειτουργία
- Ιεφαρμογές (κατασκευή φαρμάκων, τηλεπικοινωνίες, κρυπτογράφηση, κατασκευή νέων υλικών, ...)



# Βιβλιογραφία

1. Forouzan B., Mosharaf F. Εισαγωγή στην επιστήμη των υπολογιστών. Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2010)
2. Καρολίδης Δ., Ξαρχάκος Κ.. Εισαγωγή στην πληροφορική και στο διαδίκτυο. Εκδόσεις Άβακας (2008).
3. Σφακιανάκης Μ. Εισαγωγή στην πληροφορική σκέψη. Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2003).
4. Τσιτμηδέλης Σ., Τικτοπούλου Ε. Εισαγωγή στην πληροφορική. Πανεπιστημιακές εκδόσεις Αράκυνθος (2009).
5. Γιαγλής Γ. Εισαγωγή στην πληροφορική. Γκιούρδας εκδοτική (2009).
6. Αβούρης Ν., Κουφοπαύλου Ο., Σερπάνος Δ. Εισαγωγή στους υπολογιστές. Εκδόσεις tygorama (2004).
7. Biermann A. Σπουδαίες ιδέες στην επιστήμη των υπολογιστών. Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης (2008).
8. Brookshear J.G. Η επιστήμη των υπολογιστών, μια ολοκληρωμένη παρουσίαση. Εκδόσεις Κλειδάριθμος (2009).
9. Ceruzzi P.E. Ιστορία της υπολογιστικής τεχνολογίας. Από τον ENIAC μέχρι το διαδίκτυο. Εκδόσεις Κάτοπτρο (2006).



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Τεχνολογικό Ίδρυμα Ηπείρου. Δρ. Γκόγκος Χρήστος.  
Πληροφορική Ι.

Έκδοση: 1.0 Άρτα, 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή  
διεύθυνση:

<http://eclass.teiep.gr/OpenClass/courses/ACC136/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 Διεθνές [1] ή μεταγενέστερη. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, Διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.el>



# Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Ευάγγελος Καρβούνης  
Άρτα, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





# Τέλος Ενότητας

Πράξεις με bits



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

