Ελληνική Δημοκρατία
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό
Ίδρυμα Ηπείρου

Θεωρία Υπολογισμού

Ενότητα 5 : **Λογικά Επιχειρήματα, Αλφάβητα & Γλώσσες (2/2)**

Αλέξανδρος Τζάλλας

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής Τ.Ε

Θεωρία Υπολογισμού

Ενότητα 5 : Λογικά Επιχειρήματα, Αλφάβητα & Γλώσσες (2/2)

Αλέξανδρος Τζάλλας
Καθηγητής Εφαρμογών

Άρτα, 2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Ηπείρου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Λογική (1/3)

- Έστω p(x) η πρόταση “x είναι παραλληλόγραμμο”
- Έστω q(x) = “x έχει τουλάχιστον μία κάθετη γωνία”.
- Έστω r(x) = “x είναι ορθογώνιο”.
- Έστω s(x) = “x είναι τετράγωνο”.
- Έστω t(x) = “x είναι ρόμβος”

Αληθές ή Ψευδές: $r(x) \wedge s(x) \Rightarrow t(x)$ **?**

Αληθές Μάλιστα: $s(x) \Rightarrow t(x)$

Λογική (2/3)

- Οι μεταβλητές x, y, … αντιστοιχούν σε πολύγωνα στο επίπεδο
- Έστω p(x) η πρόταση "x είναι παραλληλόγραμμο"
- Έστω q(x) = "x έχει τουλάχιστον μία κάθετη γωνία".
- Έστω r(x) = "x είναι ορθογώνιο"
- Έστω s(x) = "x είναι τετράγωνο"
- Έστω t(x) = "x είναι ρόμβος"

Αληθές ή Ψευδές: p(x) ^ q(x) ⇒ r(x) **?**

Αληθές

Λογική (3/3)

- Έστω $p(x)$ η πρόταση "x είναι παραλληλόγραμμο"
- Έστω $q(x)$ = "x έχει τουλάχιστον μία κάθετη γωνία"
- Έστω $r(x)$ = "x είναι ορθογώνιο"
- Έστω $s(x)$ = "x είναι τετράγωνο"
- Έστω $t(x)$ = "x είναι ρόμβος"

Αληθές ή Ψευδές: $t(x) \Rightarrow \neg\, r(x)$ **?**

Ψευδές

Δεν είναι όλοι οι ρόμβοι ορθογώνιοι, εκτός από μερικούς $t(x) \not\Rightarrow \neg\, r(x)$

Ποσοδείκτες (1/2)

- Οι ποσοδείκτες πρέπει να χρησιμοποιούνται εκεί που υπάρχει ασάφεια
- **∀: "για κάθε"** (καθολικός ποσοδείκτης)
- **∃: "υπάρχει"** (υπαρξιακός ποσοδείκτης)
- Επομένως, **$\forall x(t(x) \Rightarrow \neg r(x))$** είναι **Ψευδές**
  Αφού δεν είναι όλοι οι ρόμβοι μη-ορθογώνια
- Αλλά **$\exists x(t(x) \Rightarrow \neg r(x))$** είναι **Αληθές**
  Αφού υπάρχουν ρόμβοι που δεν είναι ορθογώνια

Ποσοδείκτες (2/2)

- Η άρνηση της συνεπαγωγής δίνει μία πρόταση με ΚΑΙ

  ¬(P ⇒ Q) είναι ίδιο με (P ^ ¬Q)

- Η άρνηση ενός ποσοδείκτη, απλά τον αλλάζει στον άλλο

  ¬∀x (t(x) ⇒ ¬r(x)) είναι ίδιο με

  ∃x (¬ (t(x) ⇒ ¬r(x))), που είναι ίδιο με

  ∃x (t(x) ^ r(x))

Πρόβλημα

- **Βρείτε το σφάλμα στην παρακάτω απόδειξη ότι 2=1:**

1) Έστω η εξίσωση: **α=β**
2) Παίρνουμε: **$α^2$=αβ**
3) Έπειτα παίρνουμε: **$α^2$-$β^2$=αβ-$β^2$**
4) Έπειτα έχουμε: **(α-β)(α+β)=β(α-β)**
5) Από όπου αν απλοποιήσουμε παίρνουμε: **α+β=β**
6) Αν **α=β=1** τότε έχουμε: **2=1**

Αλφάβητο & Γλώσσες (1/9)

- **Αλφάβητο** Σ είναι ένα πεπερασμένο σύνολο συμβόλων.
- **Συμβολοσειρά** ενός αλφαβήτου είναι μια πεπερασμένη ακολουθία συμβόλων του αλφαβήτου. Αντί να γράφουμε την ακολουθία με παρενθέσεις όπως στις προηγούμενες διαφάνειες, απλά παραθέτουμε σύμβολα.
- Αν μία συμβολοσειρά δεν έχει καθόλου σύμβολα τότε αυτή λέγεται **κενή συμβολοσειρά** και γράφεται με e ή ε.
- Το **σύνολο όλων των συμβολοσειρών**, συμπεριλαμβανομένης και της κενής, ενός αλφαβήτου Σ συμβολίζεται με Σ*.
- Το **μήκος μιας συμβολοσειράς** είναι το μήκος της ως ακολουθία. Για μια συμβολοσειρά w το μήκος της συμβολίζεται με |w|.

Αλφάβητο & Γλώσσες (2/9)

- Δύο συμβολοσειρές ενός αλφαβήτου μπορούν να συνδυαστούν για να σχηματίσουν μία τρίτη, με την πράξη της **παράθεσης**
- Η παράθεση δύο συμβολοσειρών x και y που γράφεται απλά ως xy είναι η συμβολοσειρά x ακολουθούμενη από την y
- Τυπικά γράφουμε w=xy αν και μόνο αν
  - $|w| = |x| + |y|$ και
  - $w(j) = x(j)$ για $j = 1, . . ., |x|$ και $w(|x|+j) = y(j)$ για $j = 1, . . ., |y|$

Αλφάβητο & Γλώσσες (3/9)

- ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΑΡΑΘΕΣΗΣ

  - w e = e w = w απορροφητικό στοιχείο

  - (w x) y = w (x y) προσεταιριστικότητα

- Μία συμβολοσειρά v είναι **υποσυμβολοσειρά** μιας συμβολοσειράς w αν και μόνο αν υπάρχουν συμβολοσειρές x και y τέτοιες ώστε w = xvy

- Κάθε συμβολοσειρά είναι υποσυμβολοσειρά του εαυτού της και το e είναι υποσυμβολοσειρά κάθε συμβολοσειράς

Αλφάβητο & Γλώσσες (4/9)

- Αν w = xv για κάποιο x, τότε το v λέγεται **κατάληξη** του w

- Αν w = vy για κάποιο y, τότε το v λέγεται **πρόθεμα** του w

- Για κάθε συμβολοσειρά w και κάθε φυσικό αριθμό i, η συμβολοσειρά w^i ορίζεται ως

$$w^0 = e$$

$$w^{i+1} = w^i w \text{ για κάθε } i \geq 0$$

- Η **αντίστροφη μιας συμβολοσειράς** w συμβολίζεται με w^R και είναι η συμβολοσειρά διαβασμένη από το τέλος προς την αρχή

Αλφάβητο & Γλώσσες (5/9)

- Τυπικά γράφουμε
  - Αν w είναι συμβολοσειρά μήκους 0, τότε $w^R = w = e$
  - Αν w είναι συμβολοσειρά μήκους n+1 >0 τότε w = ua για κάποιο $a \in \Sigma$ και $w^R = au^R$
- Αποδεικνύεται με επαγωγή ότι

$$(wx)^R = x^R w^R$$

- Κάθε σύνολο από συμβολοσειρές ενός αλφαβήτου Σ δηλαδή κάθε υποσύνολο του Σ* θα ονομάζεται **γλώσσα**

Αλφάβητο & Γλώσσες (6/9)

- Το Σ^*, το $\varnothing$ και το Σ είναι και αυτά γλώσσες
- Μία πεπερασμένη γλώσσα μπορεί να ορισθεί παραθέτοντας όλες τις συμβολοσειρές που την απαρτίζουν
- Οι πιο πολλές γλώσσες από αυτές που συνήθως μελετάμε είναι άπειρες.

  ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

  $\{0, 01, 011, 0111, . . . \}$

  $\{w \in \Sigma^*$: η w έχει ίσο πλήθος 1 και 0$\}$

  $\{w \in \Sigma^*$: η $w = w^R\}$
- Ένας τρόπος για να ορίζουμε άπειρες γλώσσες:

  $L=\{w \in \Sigma^*$: η w έχει την ιδιότητα $P\}$

Αλφάβητο & Γλώσσες (7/9)

- Αν Σ είναι ένα πεπερασμένο αλφάβητο, τότε το Σ* είναι σίγουρα άπειρο, αλλά είναι ένα μετρήσιμα άπειρο σύνολο

  Μπορούμε να κατασκευάσουμε μία αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία $f: N \rightarrow \Sigma^*$:

  πρέπει πρώτα να διατάξουμε το αλφάβητο, έστω $\Sigma=\{a_1, \ldots, a_n\}$, όπου τα $a_1, \ldots, a_n$ είναι διαφορετικά. Τα στοιχεία του Σ* μπορούν να απαριθμηθούν με τον εξής τρόπο:

  (1) για κάθε $k\geq 0$, όλες οι συμβολοσειρές μήκους k απαριθμούνται πριν από όλες τις συμβολοσειρές που έχουν μήκος k+1

  (2) οι n^k συμβολοσειρές μήκους ακριβώς k απαριθμούνται λεξικογραφικά, δηλαδή η $a_{i1}\ldots a_{ik}$ προηγείται της $a_{j1}\ldots a_{jk}$ υπό την προϋπόθεση ότι για κάποιο m, $0 \leq m \leq k-1$, $i_l = j_l$ για $l = 1, \ldots, m$ και $i_{m+1} < j_{m+1}$

Αλφάβητο & Γλώσσες (8/9)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

Αν Σ = {0, 1}

η σειρά θα ήταν ως εξής:

e, 0, 1, 00, 01, 10, 000, 001, 010, 011, ...

- Εφόσον οι γλώσσες είναι σύνολα μπορούν να συνδυαστούν με τις πράξεις συνόλων, ένωση, τομή και διαφορά
- Όταν κάποιο αλφάβητο γίνεται κατανοητό από τα συμφραζόμενα τότε θα γράφουμε το **συμπλήρωμα του Α**, αντί για τη διαφορά Σ*-Α

Αλφάβητο & Γλώσσες (9/9)

- **Παράθεση γλωσσών** L_1 και L_2 είναι η γλώσσα

  $L = L_1L_2 = \{w \in \Sigma^*$: η $w = xy$ για κάποιο $x \in L_1$ και $y \in L_2\}$
- **Kleene star** μιας γλώσσας L συμβολίζεται με L* είναι το σύνολο όλων των συμβολοσειρών που προκύπτουν από την παράθεση 0 ή περισσοτέρων συμβολοσειρών της L:

  $L^* = \{w \in \Sigma^*$: η $w = w_1 \ldots w_k$ για κάποιο $k \geq 0$ και $w_1, \ldots w_k \in L\}$
- Ισχύει **$\varnothing^* = e$**
- Συμβολίζουμε με $L+ = LL^*$

Πεπερασμένη Αναπαράσταση γλωσσών (1/5)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

L = {w∈{0,1}*: η w έχει δύο ή τρεις εμφανίσεις του 1, εκ των οποίων η πρώτη και η δεύτερη δεν είναι συνεχόμενες**}**

$$L = 0^*10^*010^*(10^* \cup \varnothing^*)$$

- Μία **κανονική έκφραση** περιγράφει μία γλώσσα χρησιμοποιώντας αποκλειστικά απλά σύμβολα και το ∅ συνδυασμένα με τα σύμβολα ∪ και *, ίσως με τη βοήθεια παρενθέσεων.
- Κανονικές εκφράσεις είναι όλες οι συμβολοσειρές του αλφαβήτου Σ ∪ **{(,),** ∅, ∪, ***}** που μπορούν να κατασκευαστούν ως ακολούθως:
  - ∅ και κάθε στοιχείο του Σ είναι κανονική έκφραση
  - αν α και β είναι κανονικές εκφράσεις, τότε είναι επίσης και η (αβ)
  - αν α και β είναι κανονικές εκφράσεις και η (α ∪ β) είναι επίσης
  - αν α είναι κανονική έκφραση και η α* είναι επίσης
  - τίποτα δεν είναι κανονική έκφραση, εκτός και αν προκύπτει από τα παραπάνω

Πεπερασμένη Αναπαράσταση γλωσσών (2/5)

- Η σχέση ανάμεσα στις κανονικές εκφράσεις και τις γλώσσες που αναπαριστούν ορίζεται από μία συνάρτηση £, τέτοια ώστε αν α είναι μια οποιαδήποτε κανονική έκφραση, τότε £ (α) να είναι η γλώσσα που αναπαριστάται από το α. Δηλαδή, η £ είναι μία συνάρτηση από συμβολοσειρές σε γλώσσες. Η συνάρτηση £ ορίζεται ως εξής:

  (1) $£(\emptyset) = \emptyset$ και $£(\alpha) = \{\alpha\}$ για κάθε $\alpha \in \Sigma$

  (2) Αν α και β είναι κανονικές εκφράσεις, τότε $£(\alpha\beta) = £(\alpha)\,£(\beta)$

  (3) Αν α και β είναι κανονικές εκφράσεις, τότε $£(\alpha \cup \beta) = £(\alpha) \cup £(\beta)$

  (4) Αν α είναι κανονική έκφραση, τότε $£(\alpha^*) = £(\alpha)^*$

  ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Ποια είναι η $£((\alpha \cup b)^*\alpha)$;

  $£((\alpha \cup b)^*\alpha) = £((\alpha \cup b)^*)\,£(\alpha)$ σύμφωνα με τη (2)

  $= £((\alpha \cup b)^*)\,\{\alpha\}$ σύμφωνα με τη (1)

  $= £(\alpha \cup b)^*\{\alpha\}$ σύμφωνα με την (4)

  $= (£(\alpha) \cup £(b))^*\{\alpha\}$ σύμφωνα με την (3)

  $= (\{\alpha\} \cup \{b\})^*\{\alpha\}$ σύμφωνα με την (1)

  $= \{w \in \{\alpha, b\}^* : w$ τελειώνει σε $\alpha\}$

Πεπερασμένη Αναπαράσταση γλωσσών (3/5)

- Η κλάση των **κανονικών γλωσσών** ενός αλφαβήτου Σ ορίζεται να αποτελείται από όλες τις γλώσσες L έτσι ώστε L = £ (α) για κάποια κανονική έκφραση α του Σ

- Η κλάση των κανονικών γλωσσών του Σ είναι ακριβώς η κλειστότητα του συνόλου γλωσσών

$$\{\{\sigma\}: \sigma \in \Sigma\} \cup \{\emptyset\}$$

ως προς τις πράξεις ένωσης, παράθεσης και Kleene star.

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΗ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΓΛΩΣΣΑΣ: $\{0^n1^n: n \geq 0\}$

- ΟΙ ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΕΙΝΑΙ ΓΕΝΙΚΑ ΜΙΑ ΑΝΕΠΑΡΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ.

Πεπερασμένη Αναπαράσταση γλωσσών (4/5)

ΕΡΩΤΗΜΑ: ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΟΥ ΝΑ ΑΠΟΦΑΣΙΖΕΙ ΕΑΝ ΜΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΗ ΣΥΜΒΟΛΟΣΕΙΡΑ ΑΝΗΚΕΙ ΣΕ ΜΙΑ ΓΛΩΣΣΑ;

Ένας αλγόριθμος ειδικά σχεδιασμένος, για κάποια γλώσσα L, που απαντάει σε ερωτήσεις του τύπου «Ανήκει η συμβολοσειρά w στην L;» ονομάζεται **μηχανή αναγνώρισης γλώσσας**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Μία μηχανή αναγνώρισης της γλώσσας

$$L = \{w \in \{0, 1\}^*: \text{η } w \text{ δεν περιέχει τη συμβολοσειρά } 111\}$$

η οποία διαβάζει συμβολοσειρές, ένα σύμβολο τη φορά, από αριστερά προς τα δεξιά, θα μπορούσε να λειτουργήσει ως εξής:

«Κράτα ένα μετρητή, που ξεκινά από το μηδέν και μηδενίζεται κάθε φορά που ένα 0 εμφανίζεται στην είσοδο. Να προσθέτεις μία μονάδα κάθε φορά που ένα 1 εμφανίζεται στην είσοδο. Τερμάτισε με αρνητική απάντηση αν κάποτε ο μετρητής φτάσει στο τρία και με θετική απάντηση αν διαβαστεί όλη η συμβολοσειρά χωρίς ο μετρητής να φτάσει στο τρία»

Πεπερασμένη Αναπαράσταση γλωσσών (5/5)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ **ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ ΓΛΩΣΣΑΣ**:

$$(e \cup b \cup bb)(\alpha \cup \alpha b \cup \alpha bb)^*$$

«Για να παράγεις ένα στοιχείο της γλώσσας L, αρχικά γράψε τίποτα ή b ή bb. Στη συνέχεια γράψε α ή αb ή αbb και κάνε το ίδιο για οποιονδήποτε αριθμό επαναλήψεων, συμπεριλαμβανομένου και του μηδέν. Όλα τα στοιχεία της L και μόνον αυτά μπορούν να παραχθούν με τον τρόπο αυτό»

- Δεν είναι σχεδιασμένοι για να απαντούν σε ερωτήσεις
- Δεν είναι ντεντερμινιστικοί και άρα δεν προγραμματίζονται
- Τελικά δεν είναι αλγόριθμοι

Βιβλιογραφία

- H.R. Lewis, Χ. Παπαδημητρίου, "Στοιχεία θεωρίας υπολογισμού", 1η έκδοση/2005, Εκδόσεις Κριτική, ISBN: 978-960-218-397-7 Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 11776 2.
- M. Sipser, "Εισαγωγή στη Θεωρία Υπολογισμού", 1η έκδοση/2009, Εκδόσεις ΙΤΕ-Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, ISBN: 978-960-524-243-5 Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 257

Επιπλέον συνιστώμενη βιβλιογραφία

- E. Rich, "Automata, Computability and Complexity: Theory and Applications", 1st edition/2007, Prentice Hall, ISBN: 978-0132288064
- J. E. Hopcroft, R. Motwani, J. D. Ullman, "Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation", 3rd edition/2006, Prentice Hall, ISBN: 978-0321455369
- J. Hopcroft, R. Motwani, J. Ullman, Intoduction to Automata Theory, Languages and Computation, 2nd ed., Pearson - Addison Wesley, 2003
- M. Sipser, Εισαγωγή στη Θεωρία Υπολογισμού, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2007

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Τεχνολογικό Ίδρυμα Ηπείρου. Αλέξανδρος Τζάλλας. Θεωρία Υπολογισμού.
Έκδοση: 1.0 Άρτα, 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
http://eclass.teiep.gr/courses/COMP112/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Ευάγγελος Καρβούνης

Άρτα, 2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Τέλος Ενότητας

Λογικά Επιχειρήματα,

Αλφάβητα & Γλώσσες (2/2)

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ