Ελληνική Δημοκρατία
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό
Ίδρυμα Ηπείρου

Θεωρία Υπολογισμού

Ενότητα 6 : **Αλφάβητα, Γλώσσες, Κανονικές Εκφράσεις**

Αλέξανδρος Τζάλλας

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής Τ.Ε

Θεωρία Υπολογισμού

Ενότητα 5 : Αλφάβητα, Γλώσσες, Κανονικές Εκφράσεις

Αλέξανδρος Τζάλλας
Καθηγητής Εφαρμογών

Άρτα, 2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Ηπείρου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σήμερα

- **Αλφάβητα & Γλώσσες**

  - Αλφάβητο

  - Συμβολοσειρά

  - Κατάληξη-Πρόθεμα-Αντιστροφή

  -Γλώσσα

  -Συνένωση
- **Κανονικές Εκφράσεις & Γλώσσες**
- **Προτεραιότητα-Ίσες εκφράσεις**

Αλφάβητα & Γλώσσες

- Για να μελετήσουμε τις αφηρημένες μηχανές και τις δυνατότητές τους θα χρειαστεί να αναπτύξουμε ένα μοντέλο για τα δεδομένα που θα επεξεργάζονται αυτές

- Διαλέγουμε να αναπαριστούμε τα δεδομένα **με σειρές από σύμβολα**

Αλφάβητο

- Ας αρχίσουμε με την έννοια του **αλφάβητου**, το οποίο δεν είναι παρά ένα πεπερασμένο σύνολο από σύμβολα
- Το δυαδικό αλφάβητο που χρησιμοποιούν οι υπολογιστές αποτελείται από τα σύμβολα **0** & **1**
- Σπάνια θα χρειαστεί να ορίσουμε ένα αλφάβητο με περισσότερα από δύο σύμβολα- τα σύμβολα ***α, b*** ή **0,1** θα είναι αρκετά
- Ίσως αυτό φαίνεται αρκετά περιοριστικό, αρκεί όμως να σκεφτούμε ότι μεγαλύτερα αλφάβητα μπορούν να κωδικοποιηθούν χρησιμοποιώντας μόνο δύο σύμβολα, κάτι που κάνουν και οι υπολογιστές για να αναπαριστούν δεδομένα

Συμβολοσειρά (1/3)

- Συνήθως, θα αναπαριστούμε τα αλφάβητα με το γράμμα **Σ**
- Μια συμβολοσειρά ή λέξη του **Σ** είναι μια πεπερασμένη ακολουθία από σύμβολα του **Σ**
- Αν για παράδειγμα το αλφάβητό μας είναι το {**a**,**b**}, μερικές συμβολοσειρές είναι τα **ab**, **abbb**, **bb** και **bbaabb**
- Αλλά μια συμβολοσειρά μπορεί να μην περιέχει καθόλου σύμβολα, να είναι δηλαδή κενή
- Θα αναπαριστούμε την κενή συμβολοσειρά με το σύμβολο ***ε***

Συμβολοσειρά (2/3)

- Επίσης δε θα διακρίνουμε μεταξύ συμβολοσειρών μήκους ένα και των αντίστοιχων συμβόλων τους
- Αν και αποτελούν διαφορετικές οντότητες διαλέγουμε να τις αναπαριστούμε με τον ίδιο τρόπο
- Γενικά για την αναπαράσταση των συμβολοσειρών θα χρησιμοποιούμε τα γράμματα **u,v,w,x,y** και **z**
- Έτσι, **x** θα μπορούσε να είναι το όνομα του **abbba**

Συμβολοσειρά (3/3)

- Το μήκος μιας συμβολοσειράς x είναι το πλήθος των συμβόλων από τα οποία αποτελείται, και συμβολίζεται με |x|

- Έτσι |abbba| = 5, |b| = 1 και |ε| = 0

- Το σύνολο όλων των δυνατών συμβολοσειρών ενός αλφάβητου **Σ** θα το συμβολίζουμε με **Σ***

- Αν Σ = {a, b}, τότε
  {a,b} *= {ε, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, aba, abb, ...}
  όπου η κενή συμβολοσειρά ανήκει στο **Σ***

Κατάληξη-Πρόθεμα-Αντιστροφή

- Αν w = xv για κάποιο x, τότε το v λέγεται **κατάληξη** του w

- Αν w = vy για κάποιο y, τότε το v λέγεται **πρόθεμα** του w

- Για κάθε συμβολοσειρά w και κάθε φυσικό αριθμό i, η συμβολοσειρά w^i ορίζεται ως

$$w^0 = e$$

$$w^{i+1} = w^i w \text{ για κάθε } i \geq 0$$

- Η **αντίστροφη μιας συμβολοσειράς** w συμβολίζεται με w^R και είναι η συμβολοσειρά διαβασμένη από το τέλος προς την αρχή

Κατάληξη-Πρόθεμα-Αντιστροφή

- Τυπικά γράφουμε
  - Αν w είναι συμβολοσειρά μήκους 0, τότε $w^R = w = e$
  - Αν w είναι συμβολοσειρά μήκους n+1 >0 τότε $w = ua$ για κάποιο $a \in \Sigma$ και $w^R = au^R$
- Αποδεικνύεται με επαγωγή ότι

$$(wx)^R = x^R w^R$$

Γλώσσα (1/2)

- Μια γλώσσα πάνω στο Σ είναι ένα υποσύνολο του Σ*
- Έτσι, τα Σ*, ∅ και Σ είναι γλώσσες
- Τις γλώσσες τις αναπαριστούμε όπως και τα σύνολα απαριθμώντας τα μέλη τους, όποτε αυτό είναι δυνατό, ή χρησιμοποιώντας κάποια ιδιότητα που χαρακτηρίζει τις συμβολοσειρές της

Παραδείγματα γλωσσών πάνω στο {*α, b*} είναι τα:

$$\{\epsilon\}$$

$$\{x \in \{a, b\}^* \mid |x| \text{ είναι περιττός}\}$$

$$\{x \in \{a, b\}^* \mid x \text{ αρχίζει και τελειώνει με το } a\}$$

$$\{x \in \{a, b\}^* \mid x \text{ περιέχει τον ίδιο αριθμό από } a \text{ και } b\}$$

Γλώσσα (2/2)

- Οι γλώσσες μπορούν, ως σύνολα που είναι, να συνδυαστούν με τις πράξεις της τομής, της ένωσης και του συμπληρώματος

- Το συμπλήρωμα L′ μίας γλώσσας L είναι το σύνολο των συμβολοσειρών του Σ* που δεν ανήκουν στην L

- Υπάρχουν όμως και πράξεις που έχουν νόημα μόνο όταν εφαρμόζονται πάνω σε συμβολοσειρές και γενικότερα σε γλώσσες

Συνένωση (ή Παράθεση)

- Αν **x** και **y** είναι στοιχεία του **Σ***, η συνένωση των **x** και **y**, συμβολίζεται με **x o y** ή απλά **xy**, είναι η συμβολοσειρά που σχηματίζεται γράφοντας τα σύμβολα του x και στη συνέχεια τα σύμβολα του y

- **Για παράδειγμα**, εoabb = abb, aaa o bbb = aaabbb, makeo peace = makepeace

- Επίσης θα λέμε ότι μια συμβολοσειρά x περιέχεται σε μία άλλη y, αν η x είναι τμήμα της y, δηλαδή αν υπάρχουν z,w∈**Σ***, όχι και οι δύο κενές, ώστε **y = zxw**

- Έτσι η συμβολοσειρά και περιέχεται στις συμβολοσειρές καιρός και ευκαιρία αλλά όχι στην καλός.

“L_1L_2” (1/2)

- Αν $\mathbf{L_1}$ και $\mathbf{L_2}$ είναι γλώσσες ενός αλφάβητου **Σ**, τότε η συνένωσή τους είναι η γλώσσα $\mathbf{L_1 o L_2}$, ή απλά $\mathbf{L_1L_2}$, όπου

$$L_1L_2 = \{xy : x \in L_1 \text{ και } y \in L_2\}$$

Για παράδειγμα, αν $L_1 = \{α, ευ\}$, $L_2 = \{πιστος, στοχος, πορος\}$, τότε

$$L_1 \circ L_2 = \{α, ευ\} \circ \{πιστος, στοχος, πορος\} = \{απιστος, αστοχος, απορος, ευπιστος, ευστοχος, ευπορος\}$$

"L_1L_2" (2/2)

- Παρόμοια, για κάθε γλώσσα **L**$\subseteq$ **Σ*** και **κ>0,**

$$L^{\kappa} = LL\ldots L$$

- είναι το σύνολο όλων των συμβολοσειρών που προκύπτουν συνενώνοντας οποιεσδήποτε **κ** συμβολοσειρές της **L**

- Έτσι για **κ = 0, L^0 = {ε},** ενώ, αν στη θέση της γλώσσας **L** θέσουμε το αλφάβητο **Σ**, τότε **Σ^{κ}** είναι το σύνολο των συμβολοσειρών που αποτελούνται από ακριβώς **κ** σύμβολα του αλφάβητου, έχουν δηλαδή μήκος **κ**

"L*"

- Μια άλλη πράξη είναι το αστέρι Kleene μιας γλώσσας L που συμβολίζεται με L*

- L* είναι το σύνολο των συμβολοσειρών που προκύπτουν συνενώνοντας μηδέν ή περισσότερες συμβολοσειρές της L,

$$
\begin{aligned}
L^* &= \bigcup_{k=0}^{\infty} L^k \\
&= \{x \in \Sigma^* \mid x = x_1 \circ x_2 \circ \cdots \circ x_k, \text{ για } k \geq 0 \text{ και } x_1, x_2, \ldots, x_k \in L\}
\end{aligned}
$$

όπως ακριβώς Σ* είναι το σύνολο των συμβολοσειρών που προκύπτουν συνενώνοντας οποιοδήποτε αριθμό από σύμβολα του Σ

Παράδειγμα

$$
\begin{aligned}
L^* &= \bigcup_{k=0}^{\infty} L^k \\
&= \{x \in \Sigma^* \,|\, x = x_1 \circ x_2 \circ \cdots \circ x_k, \text{ για } k \geq 0 \text{ και } \; x_1, x_2, \ldots, x_k \in L\}
\end{aligned}
$$

Ας προσπαθήσουμε να βρούμε το L^*, όταν $L = \emptyset$. Η μόνη δυνατότητα συνένωσης $k \geq 0$ συμβολοσειρών $x_1, x_2, \ldots, x_k \in L$, είναι όταν $k = 0$, δηλαδή η συνένωση μηδέν από αυτές. Άρα το μόνο στοιχείο της L^* είναι η κενή συμβολοσειρά ϵ.

“L^+”

- Τέλος, με L^+ θα συμβολίζουμε το σύνολο όλων των συμβολοσειρών που προκύπτουν από τη συνένωση μίας ή περισσότερων συμβολοσειρών της L,

$$\begin{aligned} L^+ &= \bigcup_{k=1}^{\infty} L^k \\ &= \{x \in \Sigma^* \,|\, x = x_1 \circ x_2 \circ \cdots \circ x_k, \text{ για } k \geq 1 \text{ και } x_1, x_2, \ldots, x_k \in L\} \end{aligned}$$

Άσκηση

1. Γενικά, για μια γλώσσα L ισχύει $L^+ \subseteq L^*$. Κάτω από ποιες συνθήκες $L^+ = L^*$;
2. Βρείτε παραδείγματα γλωσσών L_1, L_2 στο $\{a, b\}$ ώστε $(L_1 \cup L_2)^* \neq L_1^* \cup L_2^*$.

Περιγραφή Γλώσσας L (1/2)

- Υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να περιγράψει κανείς μια γλώσσα L
- Σίγουρα, αν η L περιέχει άπειρο αριθμό συμβολοσειρών δεν μπορεί να περιγραφεί απαριθμώντας τα μέλη της
- Εκείνο που κάνουμε είναι να δώσουμε μια ιδιότητα που χαρακτηρίζει τις συμβολοσειρές της ή να χρησιμοποιήσουμε τις βασικές πράξεις για να εκφράσουμε τη γλώσσα όπως φαίνεται στα παραδείγματα:

$$L_1 = \{ab, bb\}^* \cup \{b\}\{aa, b\}^*$$

$$L_2 = \{x \in \{a, b\}^* \mid \text{ο αριθμός των } a \text{ στο } x \text{ είναι πολλαπλάσιο του πέντε}\}$$

1) Στην πρώτη περίπτωση, ο ορισμός περιγράφει πως μπορούμε να κατασκευάσουμε ή αλλιώς να παράγουμε συμβολοσειρές που ανήκουν στην L_1
2) Στη δεύτερη, ο ορισμός μας βοηθάει να αναγνωρίσουμε συμβολοσειρές που ανήκουν στην L2: μετράμε τα α και βλέπουμε αν είναι πολλαπλάσια του πέντε

Περιγραφή Γλώσσας L (2/2)

Παράδειγμα

$$L_3 = \{x \in \Sigma^* \mid \text{ για } k, l, m \in N - \{0\}, \quad k^{|x|} + l^{|x|} = m^{|x|}\}$$

- Η γλώσσα αυτή μας ζητάει να βρούμε τις συμβολοσειρές *x*, όπου $|x| = n$, ώστε για κάποια *k, l, m* να ισχύει $k^n + l^n = m^n$
- Η γλώσσα αυτή αποτελεί μια μεταμφίεση του Θεωρήματος του Fermat: να αποφασιστεί αν ένας αριθμός m^n μπορεί να εκφραστεί σαν το άθροισμα δύο αριθμών *k, l* με τον ίδιο εκθέτη

Άσκηση

Εκφράστε, χρησιμοποιώντας τις βασικές πράξεις (ένωση, συνένωση, αστέρι Kleene), τις γλώσσες:

1. $L_1 = \{x \in \{a, b\}^* \mid$ το μήκος $|x|$ είναι ζυγός αριθμός$\}$.
2. $L_2 = \{x \in \{a, b\}^* \mid$ η x περιέχει δύο ή τρία a, εκ των οποίων τα δύο πρώτα δεν είναι συνεχόμενα$\}$.

Κανονικές Εκφράσεις

- Κάθε πεπερασμένη γλώσσα μπορεί να αναπαρασταθεί με μια απλή απαρίθμηση όλων των συμβολοσειρών που ανήκουν σε αυτή:

- Τί γίνεται όμως στην περίπτωση μίας γλώσσας με άπειρο αριθμό συμβολοσειρών,

- Μπορεί να αναπαρασταθεί από μια πεπερασμένη ακολουθία συμβόλων,

Κανονικές Εκφράσεις

Παράδειγμα

Έστω $L = \{x \in \{a, b\}^* |$ η x περιέχει το ba και τελειώνει σε $b\}$. Η L μπορεί να περιγραφεί με τις συνήθεις πράξεις ως εξής:

$$\{a, b\}^*\{ba\}\{a, b\}^*\{b\}$$

Ο λόγος είναι ότι αμέσως πριν και μετά το ba μπορεί να υπάρχει οτιδήποτε (αυτό εκφράζεται με τη γλώσσα $\{a, b\}^*$) και υποχρεωτικά να ακολουθεί το b (εκφράζεται με τη γλώσσα $\{b\}$).

Κανονική Γλώσσα (1/4)

- Οι γλώσσες, σαν αυτή του προηγούμενου παραδείγματος, που προκύπτουν από ένα συνδυασμό των βασικών πράξεων ονομάζονται *κανονικές γλώσσες* & οι περιγραφές τους που χρησιμοποιούν τα σύμβολα {,} , ∪, *, **κανονικές εκφράσεις**

- Στην πράξη όμως αντί για τα σύμβολα {,} , ∪ θα χρησιμοποιούμε τα σύμβολα {,} , + για να είναι οι εκφράσεις ευκολότερα αναγνώσιμες

- Έτσι, η γλώσσα του προηγούμενου παραδείγματος απλά γίνεται

$$L = (a + b)^*ba(a + b)^*b$$

Όπου *{a, b}=(a+b)*, γιατί ένα σύνολο είναι ουσιαστικά η ένωση των στοιχείων που το αποτελούν

Κανονική Γλώσσα (2/4)

- Μία κανονική έκφραση μπορεί να θεωρηθεί ως μια *τυπική συμβολοσειρά* της γλώσσας που εκπροσωπεί.

- Για παράδειγμα, η έκφραση ***ab**** αναπαριστά μια συμβολοσειρά που αρχίζει με ***a*** και τελειώνει ***b***, έναν οποιοδήποτε αριθμό από ***b***

- Φυσικά η έκφραση αυτή αντιστοιχεί σε μια άπειρη γλώσσα, την

{***a,ab,abb, abbb***, ...},

αφού ο αριθμός των ***b*** μπορεί να είναι οποιοσδήποτε

Κανονική Γλώσσα (3/4)

- Πιο πολύπλοκες εκφράσεις αλλά και γλώσσες μπορούν να φτιαχτούν χρησιμοποιώντας τις βασικές πράξεις πάνω σε απλούστερες εκφράσεις
- Αυτός ακριβώς ο αναδρομικός χαρακτήρας των εκφράσεων μπορεί να, αποδοθεί με τον ακόλουθο ορισμό:

Ορισμός

Μια κανονική έκφραση πάνω σ' ένα αλφάβητο Σ, αλλά και η αντίστοιχη γλώσσα, ορίζεται ως εξής:

1. $\emptyset$ είναι η κανονική έκφραση που αντιστοιχεί στην κενή γλώσσα $\emptyset$.
2. ϵ είναι η κανονική έκφραση που αντιστοιχεί στη γλώσσα $\{\epsilon\}$.
3. Για κάθε σύμβολο $a \in \Sigma$, a είναι η κανονική έκφραση που αντιστοιχεί στη γλώσσα $\{a\}$.
4. Αν r και s είναι εκφράσεις που αντιστοιχούν στις γλώσσες L_r και L_s, τότε και οι (rs), $(r+s)$ και (r^*) είναι κανονικές εκφράσεις που αντιστοιχούν στις γλώσσες L_rL_s, $L_r \cup L_s$ και L_r^*.
5. Τίποτα άλλο δεν είναι κανονική έκφραση, εκτός αν προκύπτει από τους παραπάνω κανόνες.

Μια γλώσσα πάνω σ' ένα αλφάβητο Σ θα ονομάζεται κανονική, αν υπάρχει κάποια κανονική έκφραση που αντιστοιχεί σ' αυτή.

Κανονική Γλώσσα (4/4)

- Από τον ορισμό προκύπτει ότι μπορεί να υπάρχουν άπειρες εκφράσεις που αναπαριστούν την ίδια γλώσσα

- Για παράδειγμα οι εκφράσεις ***α*** και (**α** + ∅) αντιστοιχούν στην ίδια γλώσσα. Το ίδιο και οι (***α***(***α b***)) και ((***α α***)***b***)

- Σε αυτές τις περιπτώσεις θα παραλείπουμε τις περιττές παρενθέσεις μιας και οι πράξεις της ένωσης και της συνένωσης είναι προσεταιριστικές

- Δεν μπορούμε όμως να εξαλείψουμε εντελώς τις παρενθέσεις από τον κανόνα 4, γιατί τότε εκφράσεις όπως η ***α + b α*** θα μπορούσαν να ερμηνευθούν σαν ***(α + b) α*** ή σαν ***α + (b α)***

Προτεραιότητα-Ίσες εκφράσεις

- Το πρόβλημα αυτό λύνεται αν δεχτούμε ότι η πράξη * έχει τη **μεγαλύτερη προτεραιότητα**, η **συνένωση μικρότερη** & η **ένωση την πιο μικρή**
- Έτσι η έκφραση **προτεραιότητα** ***α + b α*** αντιστοιχεί πια με μοναδικό τρόπο στην ***α + (b α)***
- Επίσης εκφράσεις όπως η ***α + b + c***, που αναφέρονται στον ίδιο τελεστή, θα διαβάζονται από αριστερά προς τα δεξιά, αντιστοιχώντας στην έκφραση ***(α + b) + c***
- Μία ακόμη διευκόλυνση που θα δεχτούμε είναι να γράφουμε (r^2) αντί για ***(rr)***, ***(r^3)*** αντί για ***((rr)r)*** καθώς επίσης και ***(r^+)*** αντί για ***((r*)r)***
- Τέλος, θα λέμε ότι δύο εκφράσεις ***r & s*** είναι ίσες αν αντιστοιχούν στην ίδια γλώσσα
- Για παράδειγμα οι εκφράσεις ***α* (α + ε)*** και ***α**** είναι ίσες μεταξύ τους
- Το ίδιο και οι (***α*** $^+$b + b) και ***α* b***

*** Παράδειγμα***

Βιβλιογραφία

- H.R. Lewis, Χ. Παπαδημητρίου, "Στοιχεία θεωρίας υπολογισμού", 1η έκδοση/2005, Εκδόσεις Κριτική, ISBN: 978-960-218-397-7 Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 11776 2.
- M. Sipser, "Εισαγωγή στη Θεωρία Υπολογισμού", 1η έκδοση/2009, Εκδόσεις ΙΤΕ-Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, ISBN: 978-960-524-243-5 Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 257

Επιπλέον συνιστώμενη βιβλιογραφία

- E. Rich, "Automata, Computability and Complexity: Theory and Applications", 1st edition/2007, Prentice Hall, ISBN: 978-0132288064
- J. E. Hopcroft, R. Motwani, J. D. Ullman, "Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation", 3rd edition/2006, Prentice Hall, ISBN: 978-0321455369
- J. Hopcroft, R. Motwani, J. Ullman, Intoduction to Automata Theory, Languages and Computation, 2nd ed., Pearson - Addison Wesley, 2003
- M. Sipser, Εισαγωγή στη Θεωρία Υπολογισμού, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2007

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Τεχνολογικό Ίδρυμα Ηπείρου. Αλέξανδρος Τζάλλας. Θεωρία Υπολογισμού.
Έκδοση: 1.0 Άρτα, 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
http://eclass.teiep.gr/courses/COMP112/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 Διεθνές [1] ή μεταγενέστερη. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, Διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.el

Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Ευάγγελος Καρβούνης

Άρτα, 2015

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ

Ευρωπαϊκή Ένωση

ΕΣΠΑ 2007-2013

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

BY NC ND

Τέλος Ενότητας

Αλφάβητα, Γλώσσες, Κανονικές Εκφράσεις

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης