



Ελληνική Δημοκρατία
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό
Ίδρυμα Ηπείρου

Στραγγίσεις (Εργαστήριο)

Ενότητα 6 : Η κίνηση του νερού στο έδαφος IV
Δρ. Μενέλαος Θεοχάρης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



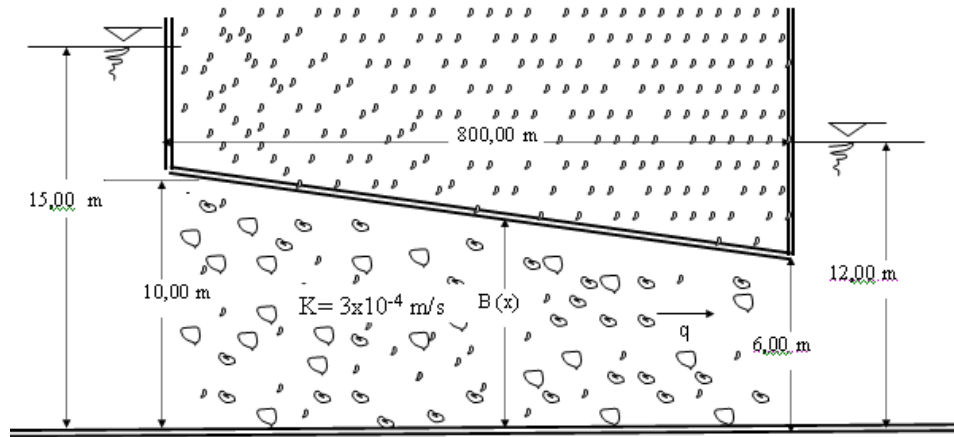
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άσκηση 12

Ένας κλειστός υπό πίεση υδροφορέας έχει μεταβλητό πάχος $B(x)$. Οι τιμές των οριακών συνθηκών παρουσιάζονται στο σχήμα. Ζητείται η ανά μονάδα πλάτους του υδροφορέα διερχόμενη παροχή q .



Λύση

Σύμφωνα με το Νόμο του Darcy έχουμε :

$$q = -K \cdot B(x) \cdot \frac{dh}{dx} \Rightarrow -K \cdot dh = q \cdot \frac{dx}{B(x)} \Rightarrow -\frac{K}{q} \cdot \int_{h_1}^{h_2} dh = \int_0^L \frac{dx}{B(x)} \quad (1)$$

Είναι : $B(x) = c_1 + c_2 \cdot x$. Για $x = 0 \Rightarrow B(x) = 10 \Rightarrow c_1 + c_2 \cdot x = 10 \Rightarrow c_1 = 10$

Για $x = 800 \Rightarrow B(x) = 6 \Rightarrow 10 + c_2 \cdot x = 6 \Rightarrow c_2 = \frac{6 - 10}{800} = -0,005$

Άρα : $B(x) = 10 - 0,005 \cdot x$

Επομένως η (1) γίνεται :

$$-\frac{K}{q} \cdot \int_{h_1}^{h_2} dh = \int_0^L \frac{dx}{B(x)} \Rightarrow -\frac{K}{q} \cdot (h_2 - h_1) = \int_0^L \frac{dx}{10 - 0,005 \cdot x} = \frac{1}{-0,005} \cdot (\ln(10 - 0,005 \cdot L) - \ln(10 - 0,005 \cdot 0)) =$$

$$= -200 \cdot (\ln(10 - 0,005 \cdot 800) - \ln 10) = -200 \cdot (\ln 6 - \ln 10) = 102,165 \Rightarrow q = -K \cdot \frac{(h_2 - h_1)}{102,165} =$$

$$= -3 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{(12 - 15)}{102,165} = 0,088 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{m.s} = 0,088 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 \text{ cm}^3/\text{m.s} = 8,8 \text{ cm}^3/\text{m.s}$$

Άσκηση 13

Ένας κλειστός υπό πίεση υδροφορέας έχει μεταβλητό πάχος $B(x)$. Οι τιμές των οριακών συνθηκών είναι $L = (600 + 5N) \text{ m}$, $B(0) = (10 + 0,2N) \text{ m}$ και $B(L) = (8 + 0,1N) \text{ m}$, $h_1 = 30 \text{ m}$ και $h_2 = 20 \text{ m}$, $K = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$, όπως παρουσιάζονται στο σχήμα της άσκησης 12. Ζητείται η ανά μονάδα πλάτους του υδροφορέα διερχόμενη παροχή q .

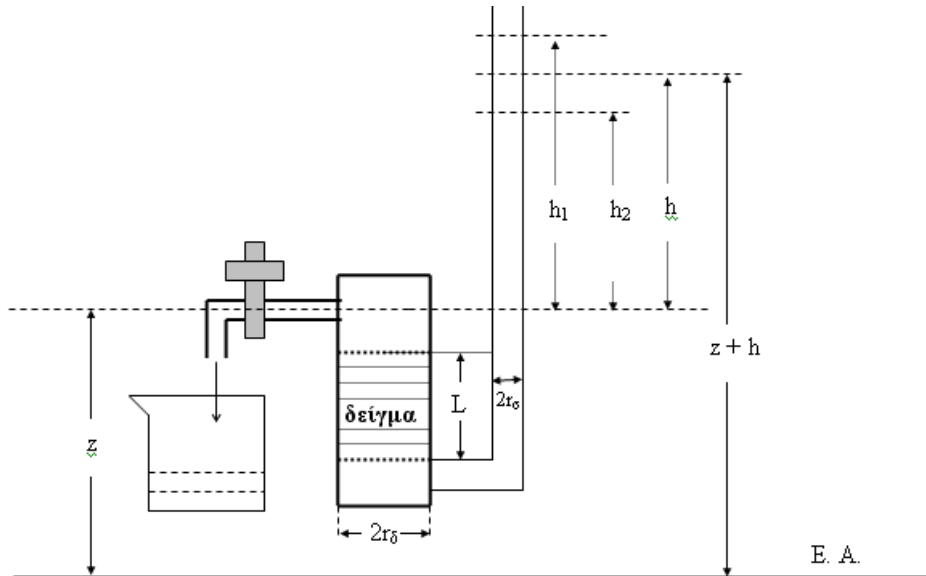
Άσκηση 14

Σε ένα διαπερατόμετρο μεταβαλλόμενου φορτίου κατά τη χρονική στιγμή $t_1 = 0 \text{ sec}$ η στάθμη του νερού στον πιεζομετρικό σωλήνα είναι $h_1 = (100 + 2 \cdot N) \text{ cm}$. Σε χρόνο $t_2 = (70 + N) \text{ sec}$ συλλέχθηκε στο ογκομετρικό δοχείο όγκος $V = 50 \text{ cm}^3$.

Ζητούνται : α) Να υπολογιστεί η υδραυλική αγωγιμότητα του εδαφικού δείγματος.

β) Να κατασκευαστεί το διάγραμμα μεταβολής της παροχής συναρτήσει του χρόνου.

Δίνονται: $L = (20 + 0,5 \cdot N) \text{ cm}$, $r_\sigma = (1,6 + 0,01 \cdot N) \text{ cm}$, $r_\delta = (12 + 0,02 \cdot N) \text{ cm}$ και $N=3$



Λύση

α) Τα δεδομένα είναι του προβλήματος είναι : $h_1 = 106 \text{ cm}$, $L = 21,5 \text{ cm}$, $r_\sigma = 1,63 \text{ cm}$, $r_\delta = 12,06 \text{ cm}$, $t_2 = 73 \text{ sec}$, $t_1 = 0 \text{ sec}$ και $V = 50 \text{ cm}^3$. Τα ζητούμενα είναι τα h_2 και K .

Η εξίσωση συνέχειας στο διαπερατόμετρο μεταβαλλόμενου φορτίου ισχύει με την μορφή:

$$Q \cdot dt = -S_\sigma \cdot dh \Rightarrow Q = -S_\sigma \cdot \frac{dh}{dt} \quad (1)$$

Από τον νόμο του Darcy για την κίνηση του νερού μέσα από το δείγμα προκύπτει:

$$Q = -\pi \cdot r_\delta^2 \cdot K \cdot \frac{-h}{L} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$K \cdot S_\delta \cdot \frac{h}{L} \cdot dt = -S_\sigma \cdot dh \Rightarrow \frac{K \cdot S_\delta}{L} \cdot dt = -S_\sigma \cdot \frac{dh}{h} \Rightarrow \frac{K}{L} \cdot \left(\frac{S_\delta}{S_\sigma} \right) \cdot dt = -\frac{dh}{h} \quad (3)$$

Ολοκληρώνοντας τη σχέση αυτή από $t_1 = 0 \text{ sec}$ έως $t_2 = 73 \text{ sec}$ και για $h = h_1$ έως h_2 προκύπτει:

$$\frac{K}{L} \cdot \left(\frac{S_{\delta}}{S_{\sigma}} \right) \cdot \int_{t_1}^{t_2} dt = - \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} \Rightarrow \frac{K}{L} \cdot \left(\frac{S_{\delta}}{S_{\sigma}} \right) \cdot (t_2 - t_1) = - \ln h_2 + \ln h_1 = \ln \frac{h_1}{h_2}$$

$$\Rightarrow K = \left(\frac{S_{\sigma}}{S_{\delta}} \right) \cdot \frac{L}{(t_2 - t_1)} \cdot \ln \frac{h_1}{h_2} \quad (4)$$

Επειδή το νερό που μπαίνει στο δοχείο ισούται με το νερό που έφυγε από το σωλήνα, προκύπτει :

$$\nabla = S_{\sigma} \cdot \Delta h = S_{\sigma} \cdot (h_1 - h_2) \Rightarrow h_2 = h_1 - \frac{\nabla}{S_{\sigma}} = 106 \text{ cm} - \frac{50 \text{ cm}^3}{3,14159 \cdot 1,63^2 \text{ cm}^2} = 100,00 \text{ cm} \quad (5)$$

Συνεπώς η (4) γίνεται:

$$K = \left(\frac{1,63 \text{ cm}}{12,06 \text{ cm}} \right)^2 \cdot \frac{21,5 \text{ cm}}{(73 \text{ s} - 0 \text{ s})} \cdot \ln \frac{106 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 0,00031297 \text{ cm/s} = 1,127 \text{ cm/h}$$

β) Από τον νόμο του Darcy και σύμφωνα με την εξίσωση (2) για την κίνηση του νερού μέσα από το δείγμα προκύπτει:

$$Q = -S_{\delta} \cdot K \cdot \frac{-h}{L} = S_{\delta} \cdot K \cdot \frac{h}{L} \quad \text{και από την εξίσωση (4)}$$

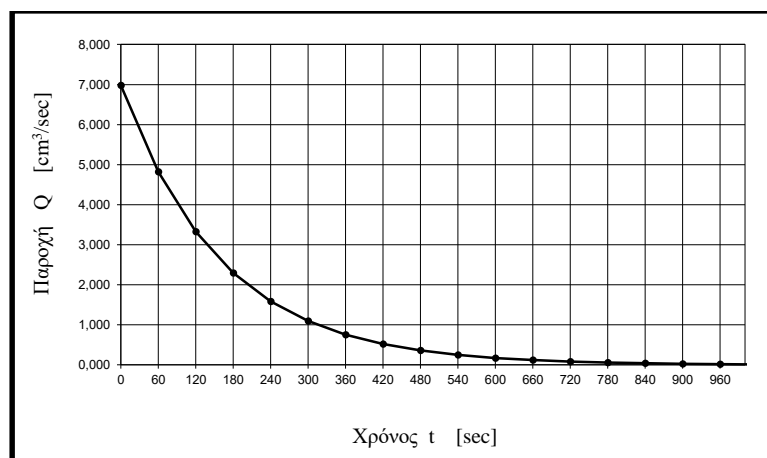
$$K = \left(\frac{S_{\sigma}}{S_{\delta}} \right) \cdot \frac{L}{(t - t_1)} \cdot \ln \frac{h_1}{h} \Rightarrow \ln \frac{h_1}{h} = K \cdot \frac{S_{\delta}}{S_{\sigma}} \cdot \frac{(t - t_1)}{L} \Rightarrow \ln h_1 - \ln h = K \cdot \frac{S_{\delta}}{S_{\sigma}} \cdot \frac{t - t_1}{L} \Rightarrow$$

$$\ln h = \ln h_1 - \frac{K}{L} \cdot \frac{S_{\delta}}{S_{\sigma}} \cdot (t - t_1) \Rightarrow h = e^{\ln h_1 - \frac{K}{L} \cdot \frac{S_{\delta}}{S_{\sigma}} \cdot (t - t_1)}$$

Επομένως για $t_1 = 0 \text{ sec}$ θα είναι:

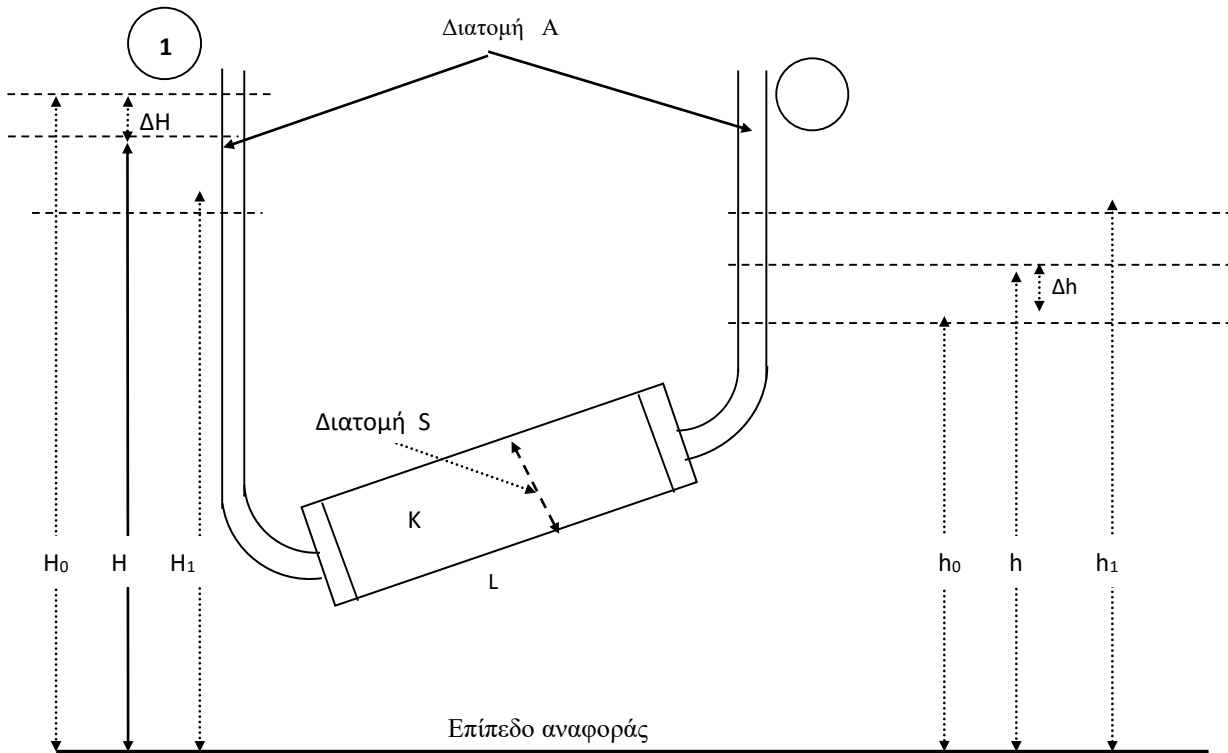
$$Q = \frac{S_{\delta} \cdot K}{L} \cdot e^{\ln h_1 - \frac{K}{L} \cdot \frac{S_{\delta}}{S_{\sigma}} \cdot t}$$

Από την εξίσωση (10) και τα δεδομένα της ασκήσεως κατασκευάζεται το επόμενο διάγραμμα μεταβολής της παροχής συναρτήσει του χρόνου.



Άσκηση 15

Στο σχήμα φαίνεται μια συσκευή παρόμοια με αυτή που ο Darcy έκανε το πείραμά του, με τη μόνη διαφορά ότι δεν υπάρχουν ανάντη και κατάντη οι δύο δεξαμενές με τη σταθερή στάθμη νερού. Στη χρονική στιγμή $t_0=0$ sec οι στάθμες του νερού στους σωλήνες 1 και 2 είναι H_0 και h_0 αντίστοιχα. Ζητούνται : α) Να υπολογιστεί ο χρόνος t_1 , που χρειάζεται, ώστε οι στάθμες του νερού να έχουν υψόμετρα H_1 και h_1 και β) Να κατασκευαστεί το διάγραμμα μεταβολής της παροχής συναρτήσει του χρόνου όταν δίδονται: $K=50$ cm/s, $L=0,50$ m , $H_0=1,30$ m, $h_0= 0,50$ m, ακτίνα δείγματος $r_\delta= 10$ cm και ακτίνα σωλήνων $r_\sigma =3$ cm.



Λύση

α) Με την πάροδο του χρόνου η στάθμη στο σωλήνα 1 θα μειώνεται και στο σωλήνα 2 θα αυξάνεται. Έτσι κατά τη χρονική στιγμή t οι στάθμες στους δύο σωλήνες θα είναι H και h αντίστοιχα. Επειδή οι διατομές των δύο σωλήνων είναι ίσες ισχύει:

$$H_0 - H = h - h_0 \Rightarrow H = H_0 - h + h_0 \quad (1)$$

Κατά τη χρονική στιγμή t από τον τύπο του Darcy είναι :

$$Q = -K \cdot S \cdot \frac{h - H}{L} \quad (2)$$

Από την εξίσωση της συνεχείας προκύπτει:

$$Q = \frac{dV}{dt} \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει:

$$-K \cdot S \cdot \frac{h-H}{\Delta L} = \frac{dV}{dt} \Rightarrow dV = -K \cdot S \cdot \frac{h-H}{L} \cdot dt \quad (4)$$

Ισχύει επίσης η σχέση:

$$dV = A \cdot dh \quad (5)$$

Η σχέση (4) λόγω της (5) γίνεται:

$$-K \cdot S \cdot \frac{h-H}{L} \cdot dt = A \cdot dh \quad (6)$$

Η σχέση (6) λόγω της (1) γίνεται:

$$-K \cdot S \cdot \frac{h-H}{L} \cdot dt = A \cdot dh \Rightarrow -\frac{K \cdot S}{L} (h - H_0 + h - h_0) \cdot dt = A \cdot dh \Rightarrow$$

$$-\frac{K \cdot S}{L} \cdot (2 \cdot h - H_0 - h_0) \cdot dt = A \cdot dh \Leftrightarrow \frac{K \cdot S}{A \cdot L} \cdot dt = \frac{dh}{(-2 \cdot h + H_0 + h_0)} \Rightarrow$$

$$\frac{K \cdot S}{A \cdot L} \cdot \int_{t_0}^{t_1} dt = \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{(H_0 - 2 \cdot h + h_0)} \Rightarrow$$

$$\frac{K \cdot S}{A \cdot L} \cdot (t_1 - t_0) = -\frac{1}{2} \cdot \ln(-2 \cdot h_1 + H_0 + h_0) + \frac{1}{2} \cdot \ln(-2 \cdot h_0 + H_0 + h_0) \Rightarrow$$

$$\frac{K \cdot S}{A \cdot L} \cdot (t_1 - 0) = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{(H_0 - h_0)}{(H_0 + h_0 - 2 \cdot h_1)}$$

Επομένως :

$$t_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\ln \frac{H_0 - h_0}{H_0 + h_0 - 2 \cdot h_1} \right) \cdot \frac{A \cdot L}{K \cdot S} \quad (7)$$

Τι πρέπει να γίνει για να υπάρξει εξίσωση των σταθμών;

Εξίσωση των σταθμών υπάρχει όταν $H_1 \equiv h_1$ Τότε από την (1) προκύπτει :

$$H_0 - H_1 = h_1 - h_0 \Rightarrow H_0 - h_1 = h_1 - h_0 \Rightarrow 2 \cdot h_1 = H_0 + h_0 \text{ και από την (7)}$$

$$t_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\ln \frac{H_0 - h_0}{2 \cdot h_1 - 2 \cdot h_1} \right) \cdot \frac{A \cdot L}{K \cdot S} = \frac{1}{2} \cdot \left(\ln \frac{H_0 - h_0}{0} \right) \cdot \frac{A \cdot L}{K \cdot S} \rightarrow \infty$$

ήτοι το t_1 τείνει στο άπειρο , άρα οι στάθμες ουδέποτε θα εξισωθούν.

β) Από τη σχέση (7) προκύπτει:

$$\frac{H_0 - h_0}{H_0 + h_0 - 2h} = e^{\frac{2KS}{AL}t} \Rightarrow H_0 + h_0 - 2h = \frac{H_0 - h_0}{e^{\frac{2KS}{AL}t}} \quad (8)$$

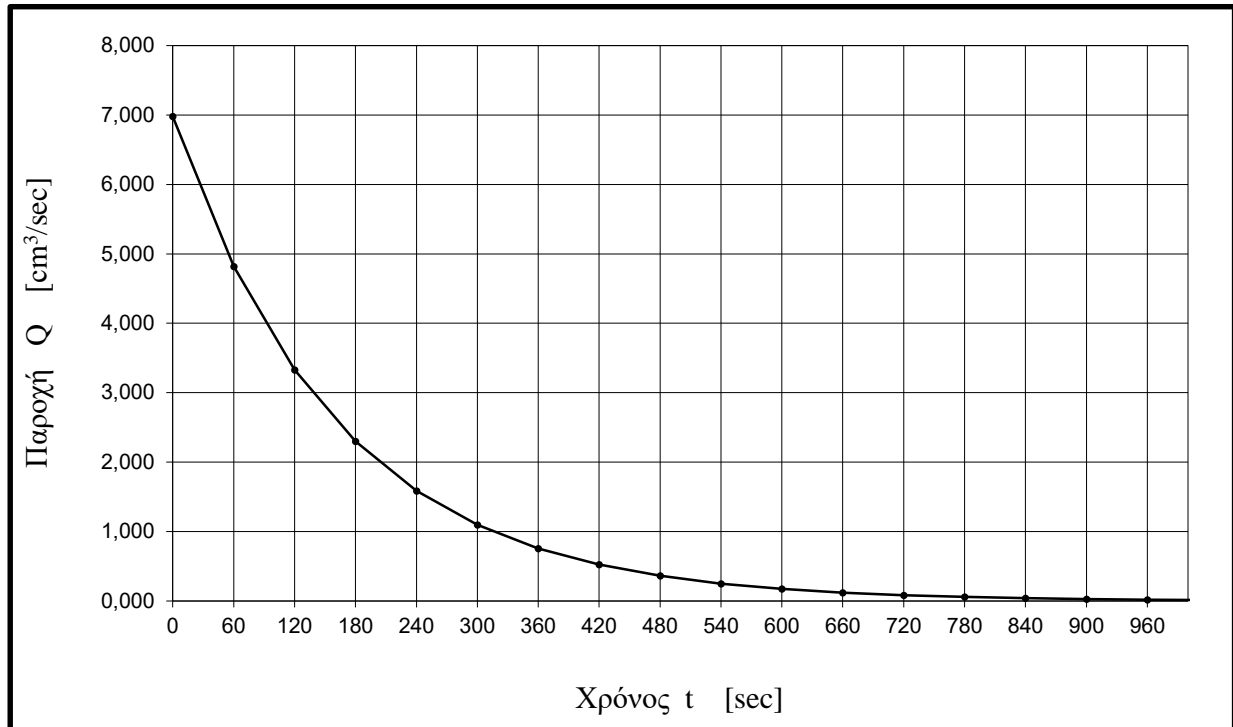
Από τις σχέσεις (1) , (2) και (8) προκύπτει:

$$Q = -KS \frac{h-H}{L} = -KS \frac{h-H_0+h-h_0}{L} = KS \frac{H_0+h_0-2h}{L} = \frac{KS}{L} \cdot \frac{H_0-h_0}{e^{\frac{2KS}{AL}t}} \quad (9)$$

ή ακόμη:

$$Q = \frac{KS}{L} \cdot e^{\ln(H_0 - h_0) - \frac{2KS}{AL} t} \quad (10)$$

Από την εξίσωση (10) και τα δεδομένα της ασκήσεως κατασκευάζεται το επόμενο διάγραμμα μεταβολής της παροχής συναρτήσει του χρόνου.



Άσκηση 16

Στο σχήμα της άσκησης 16 φαίνεται μια συσκευή παρόμοια με αυτή που ο Darcy έκανε το πείραμά του, με τη μόνη διαφορά ότι δεν υπάρχουν ανάντη και κατόντη οι δύο δεξαμενές με τη σταθερή στάθμη νερού. Αν στη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ sec}$ οι στάθμες του νερού στους δύο σωλήνες 1 και 2 είναι $H_0 = (1,60 + 0,01 \cdot N) \text{ m}$ και $h_0 = (0,80 + 0,005 \cdot N) \text{ m}$ αντίστοιχα, να υπολογιστεί ο χρόνος t_1 , που χρειάζεται, ώστε οι στάθμη του νερού στο σωλήνα 1 να έχει υψόμετρο $H_1 = (1,40 + 0,008 \cdot N) \text{ m}$. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης της παροχής που περνά τη διατομή S κατά τη χρονική στιγμή t , έως ότου οι στάθμες στους σωλήνες 1 και 2 εξισωθούν πρακτικά. Δίδεται $K = (60 - 0,10 \cdot N) \text{ cm/h}$, $L = (50 + 0,5 \cdot N) \text{ cm}$ και $r_\delta = (10 + 0,03 \cdot N) \text{ cm}$ και $r_\sigma = (3 + 0,02 \cdot N) \text{ cm}$.

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. Μενέλαος Θεοχάρης, “ Στραγγίσεις”, Τ.Ε.Ι. Ηπείρου, Άρτα, 2012.
2. Μενέλαος Θεοχάρης, “Ασκήσεις Στραγγίσεων”, Τ.Ε.Ι. Ηπείρου, Άρτα, 2012.
3. Θεοχάρης Μ.: " Στραγγίσεις " , Άρτα 204
4. Θεοχάρης Μ.: " Ασκήσεις Στραγγίσεων " , Άρτα 2005
5. Θεοχάρης Μ.: " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις " , Άρτα 1998
6. Θεοχάρης Μ.: " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις, Εργαστηριακές Ασκήσεις", Άρτα 1998
7. Daugerty - Franzini : "Υδραυλική" Τόμοι I , II, Εκδόσεις Πλαίσιο , Αθήνα.
8. Davis- Sorensen : " Handbook of applied Hydraulics" Third edition McGraw-Hill Book Company, 1969.
9. Hansen V. - Israelsen : "Αρδεύσεις. Βασικοί Αρχαί και Μέθοδοι . Μετάφραση από τους Α. Νικολαΐδη και Α. Κοκκινίδη ", Αθήνα 1961.
- 10.Καρακατσούλης Π. : " Αρδεύσεις - Στραγγίσεις και Προστασία των Εδαφών ", Αθήνα 1993.
- 11.Τερζίδης Γ. - Καραμούζης Δ. : "Υδραυλική Υπόγειων Νερών ", Εκδόσεις Ζήτη , Θεσσαλονίκη 1985.
- 12.Τερζίδης Γ. - Καραμούζης Δ. : "Στραγγίσεις Γεωργικών Εδαφών " Εκδόσεις Ζήτη , Θεσσαλονίκη 1986.
- 13.Τερζίδης Γ. : "Μαθήματα Υδραυλικής" , Τόμοι I ,II , III, Θεσσαλονίκη 1986.
- 14.Τερζίδης Γ. - Παπαζαφειρίου Ζ. : "Γεωργική Υδραυλική ", Εκδόσεις Ζήτη , Θεσσαλονίκη 1997.
- 15.Τζιμόπουλος Χ. : " Στραγγίσεις - Υδραυλική Φρεάτων ", Θεσσ/νίκη 1983.
16. Χαλκιάς Ν. : "Στραγγίσεις γαιών ", Αθήνα 1972.

Σημείωμα Αναφοράς

Θεοχάρης Μενέλαος, (2015). Στραγγίσεις (Εργαστήριο). ΤΕΙ Ηπείρου.

Διαθέσιμο από:

<http://eclass.teiep.gr/courses/TEXG112/>

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 Διεθνές [1] ή μεταγενέστερη. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, Διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.el>



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Επεξεργασία: Δημήτριος Κατέρης

Άρτα, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ